



UNIVERSIDADE DE VIGO

**DEPARTAMENTO DE ENXEÑERÍA
ELÉCTRICA**

TESIS

**Herramientas para la planificación
de redes de baja tensión y
media tensión urbanas**

Autor: Eloy Díaz Dorado

Director: José Cidrás Pidre

Vigo, Febrero 1999



UNIVERSIDADE DE VIGO

**DEPARTAMENTO DE ENXEÑERÍA
ELÉCTRICA**

TESIS

**Herramientas para la planificación
de redes de baja tensión y
media tensión urbanas**

Autor: Eloy Díaz Dorado

Director: José Cidrás Pidre

Vigo, Febrero 1999

Agradecimientos

Deseo expresar mi agradecimiento a todas aquellas personas y entidades que, de una forma u otra, han contribuido a la realización de esta tesis.

- Al profesor Dr. José Cidrás Pidre, Director de la misma, sin cuya inestimable labor de orientación, asesoramiento y revisión, no habría sido posible llevarla a buen término.
- A los compañeros del grupo de trabajo de *Electrotecnia e Redes Eléctricas* del *Departamento de Enxeñería Eléctrica* de la *Universidade de Vigo* por su colaboración y continuo estímulo y, en especial a Edelmiro, quien colaboró de una forma muy directa en la realización de todo el trabajo.
- A la empresa *Unión Eléctrica Fenosa*, por su colaboración mediante proyectos de investigación con el grupo de trabajo y la aportación de datos, y especialmente a José Luís García Dornelas y Leopoldo Sánchez Tembleque por su colaboración.
- Finalmente, a mi mujer, Anuska, y a mi hijo, Saúl, por su paciencia y estímulo a lo largo de todos estos años, agradecimiento que hago extensivo a toda mi familia.

Índice general

Índice de figuras.....	7
------------------------	---

Índice de tablas.....	13
-----------------------	----

Capítulo 1

Introducción	15
1.1 La planificación	16
1.2 La red de distribución	17
1.3 La red de distribución de baja tensión	20
1.4 La red de distribución de media tensión urbana	23

Capítulo 2

Objetivos y estructura de la tesis	25
2.1 Objetivos de la tesis	25
2.2 Estructura de la tesis.....	26

Capítulo 3

Estado del arte.....	29
3.1 Tipos de plan	30
3.1.1 Plan de nueva construcción	30
3.1.2 Plan de expansión.....	31
3.1.3 Plan de operación.....	32
3.2 El período en estudio.....	32
3.2.1 Planes estáticos	33
3.2.2 Planes dinámicos	34
3.3 Elementos a modelar	37
3.4 Criterios de optimización	38

3.5 Método de optimización.....	42
3.5.1 Modelos de programación matemática	43
3.5.2 Modelos heurísticos	53
3.6 Arquitectura de la red.....	62
3.7 Selección de conductores en redes radiales.....	63

Capítulo 4

Propuestas de métodos para la planificación de redes de baja tensión	65
4.1 Método combinatorio	67
4.2 Método heurístico	69
4.3 Optimización de una red de baja tensión con un único punto de inyección.....	70
4.3.1 Algoritmo de programación dinámica.....	72
4.3.2 Técnicas para acelerar el proceso	77
4.3.3 Casos particulares	90
4.3.4 Nudos con red de baja tensión interior	93
4.3.5 Ejemplo	94
4.4 Algoritmo para obtener un árbol de mínima distancia de gran dimensión.....	96
4.4.1 Metodología.....	97
4.4.2 Matriz de listas de nudos	99
4.4.3 Obtención de un límite superior para la longitud máxima de las ramas	102
4.4.4 Ramas de mínima distancia	104
4.4.5 Procesado mediante listas	105
4.4.6 Árbol de mínima distancia restringido a un grafo	111

Capítulo 5

Optimización de la red de baja tensión entre núcleos de población	113
5.1 Notación y definiciones.....	114
5.2 Metodología	117
5.3 Obtención de los árboles y del bosque óptimo.....	118

5.3.1 Caso simple: red de distribución sin ramificaciones.....	119
5.3.2 Caso general: red de distribución con ramificaciones	122
5.4 Implantación del método.....	128
5.4.1 La matriz asociada a una trayectoria	128
5.4.2 Relación entre los elementos de las diferentes matrices	131
5.5 Obtención del camino de mínima longitud en un grafo G_k.....	135
5.6 Llenado de matrices y número de operaciones necesarias.....	140
5.7 Ejemplos	145

Capítulo 6

Optimización de la red de baja tensión interior a núcleos de población..... 149

6.1 Algoritmo evolutivo	150
6.1.1 Codificación.....	151
6.1.2 Operador de mutación	153
6.1.3 Operador de recombinación.....	157
6.1.4 Operador de selección	159
6.1.5 Función de evaluación	160
6.1.6 Generación de la población inicial.....	165
6.1.7 Función de parada	166
6.2 Transformación del árbol de soluciones.....	166
6.3 Ejemplos	170

Capítulo 7

Propuesta para la planificación de redes urbanas de media tensión..... 177

7.1 Arquitecturas de las redes de distribución de media tensión urbanas	178
7.1.1 Arquitectura en pétalo.....	178
7.1.2 Arquitectura en huso	179

7.1.3 Arquitectura en espiga	180
7.2 Metodología	181
7.3 Algoritmo evolutivo	183
7.3.1 Codificación.....	184
7.3.2 Operador de mutación	186
7.3.3 Operador de recombinación.....	190
7.3.4 Operador de selección	194
7.3.5 Función de parada	195
7.3.6 Generación de la población inicial	195
7.3.7 Función de evaluación	196
7.4 Búsqueda de la trayectoria entre dos nudos.....	203
7.5 Ejemplos.....	207

Conclusiones.....	215
--------------------------	------------

Trabajos futuros	217
-------------------------------	------------

Referencias	219
--------------------------	------------

Apéndice A

Estrategias de Evolución.....	235
--------------------------------------	------------

A.1 Algoritmo evolutivo.....	235
A.1.1 Codificación	236
A.1.2 Operador de mutación	236
A.1.3 Operador de recombinación	240
A.1.4 Operador de selección	240
A.2 Tratamiento de las restricciones.....	242
A.3 Generación de la población inicial	243
A.4 Condición de terminación	243

Apéndice B

Criterios técnicos y económicos.....	244
B.1 Centros de transformación.....	244
B.1.1 Centros de transformación aéreos	245
B.1.2 Centros de transformación a pie de poste	246
B.1.3 Centros de transformación en caseta o edificación	246
B.1.4 Los transformadores	247
B.2 Redes de baja tensión	248
B.2.1 Líneas aéreas de baja tensión.....	248
B.2.2 Cables subterráneos de baja tensión	249
B.3 Redes de media tensión.....	250
B.3.1 Líneas aéreas de media tensión.....	250
B.3.2 Cables subterráneos de media tensión	251
B.4 Subestaciones.....	252
B.5 Las caídas de tensión	252
B.6 Criterios económicos	253
B.6.1 Valor actual	253
B.6.2 Evaluación del coste de las pérdidas	255
B.6.3 Evaluación del coste de las líneas.....	257
B.6.4 Evaluación del coste de los centros de transformación y subestaciones transformadoras	261

Apéndice C

El modelo Planer y su generalización a núcleos de gran dimensión	267
C.1 Notación.....	267
C.2 Modelo de densidad aplicado a una población.....	268
C.2.1 Longitud de las ramas principales	269
C.2.2 Número de salidas en BT	269
C.2.3 Longitud de la RBT	270
C.2.4 Restricción por caída de tensión	270
C.2.5 Costes de la red de baja tensión	271
C.3 Generalización a núcleos con más de un centro de transformación	272
C.4 Alimentación desde un centro de transformación exterior	272

Índice de figuras

<i>Figura 1.1 La red de distribución</i>	18
<i>Figura 1.2 Núcleo de población de 126 viviendas dispersas</i>	21
<i>Figura 1.3 Núcleo de población de 181 viviendas concentradas</i>	22
<i>Figura 1.4 Vigo (Pontevedra) 70.000 viviendas</i>	22
<i>Figura 3.1 Situación inicial de un plan de nueva construcción</i>	31
<i>Figura 3.2 Situación inicial de un plan de expansión de una red radial</i>	32
<i>Figura 3.3 Fases de un plan pseudo-dinámico de n etapas</i>	35
<i>Figura 3.4 Primera fase de un plan pseudo-dinámico: grafo inicial (a), resultado del plan estático (b) y grafo para la 2ª fase (c)</i>	36
<i>Figura 3.5 Tres etapas de la 2ª fase del plan pseudo-dinámico del ejemplo de la figura 3.4.a</i>	36
<i>Figura 3.6 Solución de una etapa con el grafo de la 1ª fase (a) y con el grafo inicial (b)</i>	37
<i>Figura 3.7 Linealización de las curvas de costes: con coste fijo (a), sin coste fijo (b) y linealización por segmentos (c)</i>	39
<i>Figura 3.8 Curvas de costes con linealización individual (a) y linealización global (b) entre los extremos de las curvas</i>	41
<i>Figura 3.9 Grafo del flujo en redes</i>	44
<i>Figura 3.10 Propuesta de Gönen para linealizar el coste por segmentos.</i>	48
<i>Figura 3.11 División de nudo: lazo inicial (a) solución de la división (b) y lazo sin solución (c)</i>	49
<i>Figura 3.12 Eliminación de rama y selección de nueva conexión</i>	55
<i>Figura 3.13 Creación de lazo y eliminación de rama</i>	56
<i>Figura 4.1 Ejemplo de un subárbol y los dos subárboles que lo componen</i>	73
<i>Figura 4.2 Curvas de costes y caídas de tensión por unidad de longitud para diferentes conductores</i>	74
<i>Figura 4.3 Tabla de "caída de tensión/coste" de un subárbol en función de las tablas de los subárboles que contiene</i>	75
<i>Figura 4.4 Tablas de "caída de tensión/coste" de los subárboles asociados al nudo 2</i>	76
<i>Figura 4.5 Subárbol definido por un nudo intermedio de una rama</i>	77
<i>Figura 4.6 Discretización de las tablas de "caída de tensión/coste"</i>	79
<i>Figura 4.7 Superficie de costes posibles para la intensidad circulante de la figura 4.2</i>	81
<i>Figura 4.8 Subárbol $A_{2-(2,5)}$ de 4 nudos del árbol A de 7 nudos</i>	82

<i>Figura 4.9 Superficies de costes factibles de las ramas (gris claro) y acumulados los subárboles (gris oscuro) del ejemplo de la figura 4.8.....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 4.10 Superficies de caídas de tensión de las ramas (gris claro) y acumuladas de los subárboles (gris oscuro) del ejemplo de la figura 4.8.....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 4.11 Superficies de costes acumulados de los dos subárboles situados a ambos lados de cada punto en el ejemplo de la figura 4.8.....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 4.12 Superficies de costes para las diferentes posiciones del centro de transformación del ejemplo de la figura 4.8.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 4.13 Rama de máximo equilibrio de cargas y punto de mínimo coste.....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 4.14 Superficies de costes y caídas de tensión al alimentar todo el árbol desde puntos de la rama (2,5) en el ejemplo de la figura 4.8.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 4.15 Zonas factibles cuando existen restricciones de caída de tensión</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4.16 Superficies de costes con restricciones de caída de tensión para el ejemplo de la figura 4.8.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4.17 Ejemplo de búsqueda de la posición óptima en las ramas.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura 4.18 Posición óptima cuando no existen restricciones de caída de tensión</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.19 Caso particular de conductor único con restricciones de caída de tensión</i>	<i>92</i>
<i>Figura 4.20 Tabla de nudo hoja, correspondiente a la red interior al nudo.....</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.21 Número de clientes por edificio y árbol que los conecta</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.22 Tipos de conductor y ubicación del centro de transformación sin restricciones de caída de tensión</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.23 Tipos de conductor y ubicación del centro de transformación con restricciones de caída de tensión del 5%.....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.24 Correspondencia entre el plano de puntos y la matriz de listas</i>	<i>100</i>
<i>Figura 4.25 Zona de búsqueda de los nudos más cercanos.....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 4.26 Anillo de búsqueda, conocidos los límites.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 4.27 Plano y matriz M con los grupos numerados.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 4.28 Niveles 1 y 2 de la periferia de los grupos</i>	<i>103</i>
<i>Figura 4.29 Distancia máxima entre dos grupos</i>	<i>104</i>
<i>Figura 4.30 Ejemplo de nudos conectados con el más cercano</i>	<i>105</i>

<i>Figura 4.31 Árbol de mayor número de nudos del ejemplo de la figura 4.30</i>	106
<i>Figura 4.32 Todo árbol seleccionado para formar parte del árbol de mínima distancia, se elimina de la matriz M</i>	107
<i>Figura 4.33 Nudos más cercanos a los nudos pertenecientes al árbol mínimo</i>	107
<i>Figura 4.34 Listas ordenadas de próximos y límites</i>	108
<i>Figura 4.35 Selección de la menor rama desde un nudo del árbol</i>	109
<i>Figura 4.36 Nudos más cercanos al árbol mínimo ampliado</i>	110
<i>Figura 4.37 Árbol mínimo completo</i>	111
<i>Figura 5.1 Árbol y trayectorias que lo forman</i>	116
<i>Figura 5.2 Árbol formado por 5 nudos y 1 trayectoria</i>	119
<i>Figura 5.3 Conjunto de combinaciones posibles de subárboles</i>	120
<i>Figura 5.4 Conjunto de subárboles diferentes</i>	120
<i>Figura 5.5 Trayectoria con ramas ficticias</i>	121
<i>Figura 5.6 Grafo asociado a una trayectoria</i>	122
<i>Figura 5.7 Camino de mínima longitud en el grafo y equivalencia en la trayectoria asociada</i>	122
<i>Figura 5.8 Árbol formado por dos trayectorias</i>	123
<i>Figura 5.9 Ejemplo de subárboles dependientes del subárbol situado aguas arriba</i>	124
<i>Figura 5.10 Conjunto de subárboles obtenidos mediante cortes en la trayectoria principal</i>	124
<i>Figura 5.11 Grafo asociado a la trayectoria principal del árbol</i>	125
<i>Figura 5.12 Ejemplos de los grafos asociados a la trayectoria secundaria en función del corte realizado en la trayectoria principal</i>	126
<i>Figura 5.13 Grafo asociado a la trayectoria principal del árbol</i>	126
<i>Figura 5.14 Grafo asociado a la trayectoria secundaria del árbol</i>	127
<i>Figura 5.15 Grafo asociado a la trayectoria terciaria del árbol</i>	127
<i>Figura 5.16 Matrices asociadas a cada trayectoria del árbol</i>	129
<i>Figura 5.17 Elementos de la matriz de la trayectoria principal que dependen de los valores de la trayectoria conectada al nudo E</i>	130
<i>Figura 5.18 Relaciones de dependencia entre los elementos de las matrices, de diferentes trayectorias del árbol</i>	130
<i>Figura 5.19 Ejemplos de diferentes relaciones de dependencia entre las matrices en función del elemento a calcular</i>	132
<i>Figura 5.20 Si un elemento es infinito, también lo son los situados encima y a su derecha</i>	133
<i>Figura 5.21 Cálculo de la matriz por filas</i>	133

<i>Figura 5.22 Cálculo de la matriz por columnas</i>	<i>134</i>
<i>Figura 5.23 Ejemplo de subárbol infactible.....</i>	<i>135</i>
<i>Figura 5.24 Matriz M_k y grafo asociado G_k.....</i>	<i>138</i>
<i>Figura 5.25 Obtención de los caminos de mínima longitud a cada nudo del grafo</i>	<i>139</i>
<i>Figura 5.26 Dos caminos de mínima longitud equivalentes</i>	<i>139</i>
<i>Figura 5.27 Posibles trayectorias para diferentes valores de la última columna de la matriz M_k.....</i>	<i>140</i>
<i>Figura 5.28 Trayectoria obtenida para los nuevos valores de la matriz a partir del grafo de la figura 5.27</i>	<i>140</i>
<i>Figura 5.29 Elementos de las matrices que requieren el cálculo previo de otras matrices.....</i>	<i>141</i>
<i>Figura 5.30 Operaciones necesarias para obtener un elemento de una matriz.....</i>	<i>143</i>
<i>Figura 5.31 Número de operaciones necesarias para obtener cada elemento de las matrices</i>	<i>144</i>
<i>Figura 5.32 Entidades singulares de Pontevedra y árbol mínimo que las une</i>	<i>145</i>
<i>Figura 5.33 Red de baja tensión entre las entidades singulares de Pontevedra</i>	<i>146</i>
<i>Figura 5.34 Red de baja tensión del área marcada en la figura 5.33</i>	<i>147</i>
<i>Figura 5.35 Red de baja tensión del área marcada en la figura 5.33</i>	<i>148</i>
<i>Figura 6.1 Grafo asociado a una zona urbana</i>	<i>149</i>
<i>Figura 6.2 Grafo asociado a una zona rural</i>	<i>150</i>
<i>Figura 6.3 Individuo de la población y su codificación.....</i>	<i>152</i>
<i>Figura 6.4 Niveles obtenidos para una distribución normal</i>	<i>155</i>
<i>Figura 6.5 Mutación que provoca el cambio de grupo al que se conecta una carga</i>	<i>156</i>
<i>Figura 6.6 Mutación que provoca variaciones en varios grupos simultáneamente.....</i>	<i>156</i>
<i>Figura 6.7 Mutación que provoca la unión de dos grupos</i>	<i>156</i>
<i>Figura 6.8 Resultado de mutar los genes de un individuo</i>	<i>157</i>
<i>Figura 6.9 Resultado de aplicar el operador de recombinación a dos individuos de la población</i>	<i>158</i>
<i>Figura 6.10 Ejemplo de transformación del árbol.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 6.11 Distribución de clientes y árbol de mínima distancia.....</i>	<i>170</i>
<i>Figura 6.12 Red de baja tensión y centros de transformación</i>	<i>171</i>
<i>Figura 6.13 Curvas de costes, número de centros de transformación y desviaciones típicas.....</i>	<i>171</i>
<i>Figura 6.14 Distribución de clientes y árbol de mínima distancia.....</i>	<i>172</i>
<i>Figura 6.15 Red de baja tensión y centros de transformación</i>	<i>173</i>

<i>Figura 6.16 Curvas de costes, número de centros de transformación y desviaciones típicas</i>	<i>173</i>
<i>Figura 6.17 Red de baja tensión y centros de transformación en un barrio de la ciudad de Vigo.....</i>	<i>174</i>
<i>Figura 6.18 Curvas de la evolución de los costes</i>	<i>175</i>
<i>Figura 6.19 Curvas del número de centros de transformación del individuo mejor de cada generación</i>	<i>175</i>
<i>Figura 6.20 Curvas de desviaciones típicas medias de la población.....</i>	<i>176</i>
<i>Figura 7.1 Arquitectura en pétalo simple.....</i>	<i>178</i>
<i>Figura 7.2 Arquitectura en pétalo múltiple</i>	<i>178</i>
<i>Figura 7.3 Arquitectura en huso entre subestaciones</i>	<i>179</i>
<i>Figura 7.4 Arquitectura en huso con centro de reflexión.....</i>	<i>179</i>
<i>Figura 7.5 Arquitectura en huso apoyado</i>	<i>180</i>
<i>Figura 7.6 Arquitectura en espiga.....</i>	<i>180</i>
<i>Figura 7.7 Arquitectura en espiga apoyada.....</i>	<i>180</i>
<i>Figura 7.8 Ejemplo de posibles trayectorias de un cable entre dos centros de transformación.....</i>	<i>182</i>
<i>Figura 7.9 Callejero de una ciudad y su grafo asociado</i>	<i>183</i>
<i>Figura 7.10 Ejemplo de una red de media tensión y su codificación.....</i>	<i>185</i>
<i>Figura 7.11 Reconexión de dos ramas del mismo lazo.....</i>	<i>189</i>
<i>Figura 7.12 Reconexiones de dos ramas de diferentes lazos cuando la arquitectura es en huso sin centros de reflexión o en pétalo</i>	<i>189</i>
<i>Figura 7.13 Reconexión de dos ramas unidas a subestaciones.....</i>	<i>190</i>
<i>Figura 7.14 Conexión con una rama ficticia.....</i>	<i>190</i>
<i>Figura 7.15 Operador de cruce</i>	<i>192</i>
<i>Figura 7.16 Eliminación de grupos con nudos del mismo lazo.....</i>	<i>193</i>
<i>Figura 7.17 Eliminación de grupos con un solo nudo del lazo</i>	<i>193</i>
<i>Figura 7.18 Matrices del padre 1 para el ejemplo de la figura 7.15 al eliminar los elementos imposibles debidos al padre 2</i>	<i>194</i>
<i>Figura 7.19 Cambio de rama abierta en un lazo.....</i>	<i>200</i>
<i>Figura 7.20 Elipses de pesos definidas por los nudos i y j.....</i>	<i>204</i>
<i>Figura 7.21 Pesos de los nudos adyacentes a "i"</i>	<i>204</i>
<i>Figura 7.22 Probabilidades de los nudos de los ejemplos de la figura 7.21</i>	<i>205</i>
<i>Figura 7.23 Elipses definidas por los punto i y e, cuando la distancias entre origen y destino son grandes.....</i>	<i>206</i>
<i>Figura 7.24 Resultado obtenido a partir de las trayectorias generadas desde cada extremo</i>	<i>206</i>
<i>Figura 7.25 Red de media tensión de Vigo con 2 subestaciones.....</i>	<i>207</i>
<i>Figura 7.26 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjias y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.25</i>	<i>208</i>

<i>Figura 7.27 Red de media tensión de Vigo con 2 subestaciones y 6 centros de reflexión.....</i>	<i>209</i>
<i>Figura 7.28 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjias y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.27 ...</i>	<i>210</i>
<i>Figura 7.29 Red de media tensión de Vigo con 3 subestaciones</i>	<i>211</i>
<i>Figura 7.30 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjias y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.29 ...</i>	<i>212</i>
<i>Figura 7.31 Red de media tensión de Vigo con 3 subestaciones y 6 centros de reflexión.....</i>	<i>213</i>
<i>Figura 7.32 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjias y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.31 ...</i>	<i>214</i>
<i>Figura B.1 Curvas de costes de las líneas de baja tensión aéreas posadas.....</i>	<i>259</i>
<i>Figura B.2 Curvas de costes de las líneas de baja tensión aéreas tensadas.....</i>	<i>260</i>
<i>Figura B.3 Curvas de costes de los cables de baja tensión subterráneos</i>	<i>260</i>
<i>Figura B.4 Curvas de costes de las líneas de media tensión aéreas.....</i>	<i>260</i>
<i>Figura B.5 Curvas de costes de los cables de media tensión subterráneos (con zanja).....</i>	<i>261</i>
<i>Figura B.6 Curvas de costes de centros de transformación rurales.....</i>	<i>264</i>
<i>Figura B.7 Curvas de costes de centros de transformación urbanos</i>	<i>264</i>
<i>Figura C.1 Distribución uniforme de las viviendas</i>	<i>268</i>
<i>Figura C.2 Coste (kPtas) de la RBT suministrada desde un CT.....</i>	<i>271</i>
<i>Figura C.3 Soluciones en función del número de centros de transformación</i>	<i>272</i>
<i>Figura C.4 Centro de transformación situado fuera del núcleo</i>	<i>273</i>

Índice de tablas

<i>Tabla 3.1 La planificación mediante modelos de programación matemática.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabla 3.2 La planificación mediante modelos heurísticos</i>	<i>60</i>
<i>Tabla B.1 Potencias de transformadores en función del tipo de instalación</i>	<i>244</i>
<i>Tabla B.2 Pérdidas en los transformadores de los centros de transformación.....</i>	<i>247</i>
<i>Tabla B.3 Características eléctricas de los cables de baja tensión aéreos.....</i>	<i>248</i>
<i>Tabla B.4 Características eléctricas de los cables de baja tensión subterráneos</i>	<i>249</i>
<i>Tabla B.5 Características eléctricas de los cables de media tensión aéreos.....</i>	<i>250</i>
<i>Tabla B.6 Características eléctricas de los cables de media tensión subterráneos</i>	<i>251</i>
<i>Tabla B.7 Variables económicas empleadas en los cálculos.....</i>	<i>257</i>

Capítulo 1

Introducción

Las redes de energía eléctrica deberán ser diseñadas, calculadas y explotadas con la finalidad de cubrir las demandas de energía de los consumidores. Estructuralmente, las redes de energía eléctrica se componen de la generación (centrales), el transporte y los consumos. Por el transporte entendemos, el traslado de toda la energía generada en las centrales hasta donde se encuentran los consumidores, por lo que, es necesario crear redes que sean capaces de transportar grandes cantidades de energía a grandes distancias. Para ello, se emplearán redes de transporte de alta tensión que conectan las centrales con las subestaciones de transformación; y mediante redes de media tensión las subestaciones se conectan con los centros de transformación. En función del nivel de tensión empleado, se pueden considerar dos tipos de redes de distribución: redes de media tensión y redes de baja tensión. Las primeras, redes de media tensión, se utilizarán principalmente para realizar el suministro de energía a los clientes de tipo industrial y para acercar aun más la energía a los clientes de baja; a los que se distribuirá mediante las segundas, redes de baja tensión, desde los centros de transformación. Es evidente que, el diseño y operación de todo el sistema de energía eléctrica requiere una adecuada planificación para garantizar su correcto funcionamiento en todo momento y en el futuro.

1.1 La planificación

La planificación de redes de distribución implica la obtención del programa de actuaciones futuras a realizar en la red, de modo que permitan alcanzar unos determinados objetivos, para tener un funcionamiento adecuado de la red. El objetivo principal consiste en *dar un suministro de calidad con el menor coste posible*^[126]. La calidad del suministro tendrá unos límites mínimos exigidos por determinadas restricciones impuestas por la legislación vigente, como son los niveles máximos y mínimos de tensión, frecuencia, número de cortes y su duración, etc. que, no se pueden incumplir, y otros de difícil medición o valoración. Por lo tanto, aunque estos objetivos parecen claros, desde el punto de vista de la planificación, conseguirlos tiene múltiples problemas. Por un lado, es preciso definir el concepto de calidad y, por otro, como se mide dicha calidad. Además, se requiere evaluar los costes a lo largo del tiempo o cual es el período que se debe estudiar.

En general, los modelos de planificación se basan en modelos de optimización de una función de coste que refleja los costes de la red (inversión, pérdidas, ...) y unos costes asociados a la calidad del suministro, de forma que se puedan evaluar ambos términos conjuntamente. Básicamente, los costes considerados pueden clasificarse en:

- Costes de inversión: correspondientes al material, la mano de obra, la realización del proyecto, etc. Se pueden considerar que dicha inversión se realiza en el momento de la puesta en servicio o que se amortiza a lo largo de toda la vida de la instalación.
- Costes de pérdidas de energía: son costes que se producen a lo largo de todo el período en estudio y su valor es proporcional al cuadrado de la carga, la cual puede permanecer constante o variar durante el período del plan, pero que es preciso estimar, puesto que no se puede conocer a priori.
- Costes de mantenimiento: son costes que se producen durante todo el período en estudio y, en el caso de las líneas y cables se pueden considerar proporcionales a la dimensión de la red y función de los tipos de conductor empleados, el tipo de tendido (posado, tensado, subterráneo, ...) o cuestiones geográficas (salinidad, heladas, arbolado, nivel cerámico). Para los puntos de inyección¹, los costes

¹ la inyección de potencia en las redes de media tensión se realiza en las subestaciones de AT/MT y para las redes de baja tensión en los centros de transformación MT/BT.

de mantenimiento dependerán fundamentalmente de la dimensión y tipo de instalación (intemperie o subterráneo).

- Costes de calidad: son de difícil evaluación y son los costes que se pueden asociar a la mala calidad del suministro. Básicamente se refiere a los costes atribuibles a las interrupciones en el suministro, como por ejemplo, los costes de la energía que se deja de suministrar o las posibles indemnizaciones a los clientes. Dentro de este apartado, se podrían incluir otros términos debidos a la calidad de onda, aunque no se suelen considerar por ser de difícil cuantificación y valoración.

Desde un punto de vista matemático, los diferentes modelos de planificación tratan de minimizar una función de coste (ecuación 1.1), considerando el mayor número de términos posibles, sujetos al cumplimiento de un conjunto de restricciones.

$$\text{minimizar } \Psi \quad / \quad \Psi = \sum_{i \in \text{Iny}} C(i) + \sum_{(j,k) \in \text{Red}} C(j,k) \quad (1.1)$$

Dentro de las restricciones asociadas a la función de coste, podemos distinguir tres grandes grupos: las restricciones técnicas debidas básicamente a los límites de capacidad de los equipos, las restricciones de calidad que son principalmente la caída de tensión máxima admisible, el número y la duración de las faltas y las restricciones estructurales, que se refieren a la arquitectura empleada (radial, en bucle, mallada) o al tipo de trazado (zonas prohibidas, solución restringida a un grafo de posibilidades, ...).

1.2 La red de distribución

En un sistema eléctrico, se pueden diferenciar tres zonas o grupos diferentes: *la generación, el transporte y la distribución*^[35]. Se denomina red de distribución a la red encargada de distribuir la energía eléctrica desde las subestaciones de transformación a cada uno de los clientes, en los diferentes niveles de tensión requeridos. En general, las redes de distribución se pueden diferenciar en dos grandes grupos en función del nivel de tensión empleado: media tensión y baja tensión. Se denominan redes de distribución de media tensión a las redes que parten desde las subestaciones de transmisión o desde pequeñas centrales de

generación y distribuyen la energía eléctrica entre los clientes de media tensión y los centros de transformación MT/BT. Los niveles de tensión empleados están comprendidos entre 1 y 36 kV, siendo los valores más empleados en España los de 10, 15 y 20 kV. La red de distribución de baja tensión permite realizar el suministro a los clientes de baja tensión desde los centros de transformación MT/BT, alimentados mediante la red de media tensión. El nivel de tensión empleado es inferior a 1 kV, siendo el valor más utilizado en España el de 380V. Se puede considerar un tercer grupo dentro de las redes de distribución, correspondiente a las redes de alta tensión, si bien en muchos casos, es difícil de separarla de lo que es la propia red de transporte.

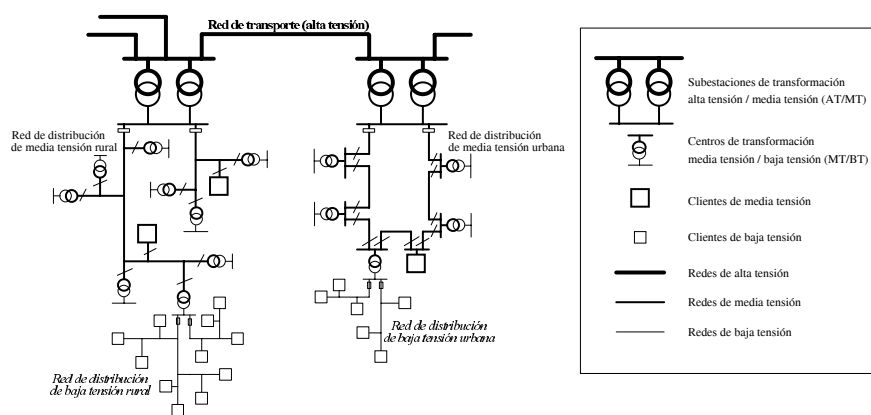


Figura 1.1 La red de distribución

Uno de los factores que más influye en el diseño y planificación de las redes de distribución, es la forma en que está distribuida la carga. La distribución de los clientes dentro de los núcleos de población o la de dichos núcleos dentro de un determinado área, varía mucho en función de la zona geográfica en estudio.

La distribución de la población dentro de los núcleos varía en función del número de habitantes, la dispersión de la población, la situación geográfica del núcleo de población, etc. En general, en los núcleos de población de pequeña dimensión, las viviendas suelen ser unifamiliares, pudiendo estar concentradas (viviendas adosadas) o dispersas. En los núcleos de población de mayor dimensión (villas y ciudades) la concentración de las viviendas es mayor que en los pueblos, creciendo con el número de habitantes, distribuyéndose las viviendas en edificios de varias viviendas y plantas. Por otro lado, en los pueblos pequeños el grado de urbanización es mínimo, llegando a ser nulo en los núcleos muy dispersos, no existiendo calles ni plazas, sino simples caminos y cruces de estos para el acceso a las diferentes viviendas que forman la

población. En estos casos, el trazado de las redes de distribución subterráneas (agua, saneamiento, etc.) se ven forzadas a seguir las trayectorias de las vías de comunicación (caminos y carreteras), mientras que las redes de distribución eléctricas son aéreas, con trazados que en ocasiones se alejaron del trazado de dichas vías. En el caso de las villas y ciudades, el grado de urbanización es muy superior al de los pueblos, estando perfectamente delimitadas las calles, plazas y aceras, bajo las cuales se instalarán las diferentes redes de distribución de la ciudad, incluidas las redes eléctricas. En el caso de las ciudades, las redes eléctricas son siempre subterráneas^[72] por cuestiones urbanísticas y no económicas, siendo las normativas municipales las que lo exigen. Por tanto, previo al trazado de una red, es preciso saber si puede ser aérea o forzosamente será subterránea.

Las diferencias fundamentales entre las redes de distribución existentes en los pueblos (aéreas) y las ciudades (subterráneas) son:

- La densidad de potencia en los núcleos rurales es pequeña (entre 0'5 y 2 MW/km²), lo que implicará redes de gran longitud y centros de transformación y subestaciones pequeños, mientras que, en los núcleos urbanos la densidad es muy grande (puede superar los 50 MW/km²), por lo que las redes serán cortas y los centros de transformación y subestaciones serán de mayor potencia.
- La potencia media contratada por cliente en los núcleos rurales suele ser inferior a la de los clientes de los núcleos urbanos. Además, el número de clientes industriales y comerciales, tanto en media como en baja tensión, es mayor en las zonas urbanas que en las rurales.
- Las acometidas de baja tensión de los pueblos corresponden a un único cliente, mientras que en las ciudades son para edificios, los cuales están formados por numerosas viviendas, pudiendo llegar a ser más de 100.
- Los costes de las líneas subterráneas son muy superiores al de las líneas aéreas, debido al coste de las zanjas. En muchos casos el coste de la zanja (incluyendo pavimentación) es muy superior al de la propia red (coste de conductores).
- En los núcleos de gran dispersión, el trazado de las líneas no tiene casi restricciones, mientras que en los núcleos en que la dispersión es pequeña, el trazado está más restringido. En el caso de las ciudades y, debido que las redes son subterráneas las restricciones en el trazado implican que sean bajo las aceras y que las calles no se puede cruzar en cualquier sitio.

- La localización de las faltas y defectos ocurridos en las redes aéreas es mucho más fácil que en las redes subterráneas, puesto que, es suficiente con una simple inspección visual para localizarlas. En el caso de las redes subterráneas esto no es posible, por lo que es preciso emplear técnicas de localización muy precisas. Sin embargo, las redes subterráneas tienen la ventaja de que el número de defectos y faltas sufridas es muy inferior al de las líneas aéreas, precisamente por el hecho de estar enterradas.
- El mantenimiento y reparación de redes subterráneas no se puede realizar con tensión, mientras que en las líneas aéreas muchas de las operaciones de mantenimiento, reemplazamiento, reubicación, etc. sí se pueden realizar en tensión.
- En las redes aéreas, en las que una línea supera su límite de capacidad, se puede resolver el problema con bajo coste, reemplazando el conductor o instalando un nuevo conductor aprovechando los postes existentes. En las redes subterráneas esto no es posible, ya que, en la mayoría de los casos van directamente enterrados, siendo necesario abrir de nuevo la zanja para hacerlo. Por ello, un correcto dimensionamiento de los conductores es muy importante a la hora de planificar.

1.3 La red de distribución de baja tensión

Una característica común de todas las redes de baja tensión, tanto en núcleos rurales como en núcleos urbanos, es que en ambos casos la arquitectura empleada es radial. Esto implica que, el diseño de las redes depende fundamentalmente de cuestiones como las rutas posibles de las líneas, las distancias entre las cargas o sus potencias. En consecuencia, la forma de obtener las redes en uno u otro caso son muy parecidas.



Figura 1.2 Núcleo de población de 126 viviendas dispersas

En general, las redes rurales de baja tensión se caracterizan por tener las líneas de la menor longitud posible, puesto que las potencias transportadas son generalmente bajas, pero necesitan ser transportadas a grandes distancias. Esto implica que, las restricciones de caídas de tensión van a ser un criterio fundamental en el diseño de la red. Por un lado, las distancias entre las cargas y el centro de transformación deberán ser lo menor posibles, para tener las mínimas caídas de tensión y, por otro lado, cada línea debe alimentar al mayor número posible de cargas, puesto que al ser de muy poca potencia, las líneas estarán infrautilizadas desde el punto de vista de su límite térmico. En lugar de considerar el trazado de los caminos o carreteras que conectan unas edificaciones con otras, se emplearán las líneas rectas que conectan las edificaciones. Hay que tener en cuenta, que dichas trazado será, en general, a través de zonas de cultivo, las cuales se pueden cruzar sin grandes impedimentos ni coste.

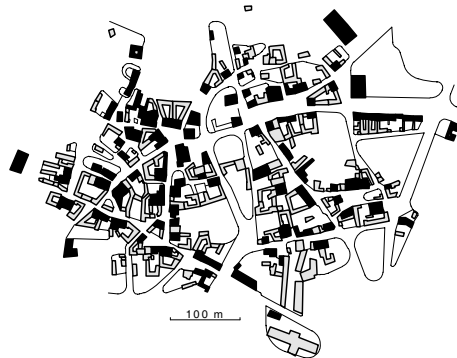


Figura 1.3 Núcleo de población de 181 viviendas concentradas

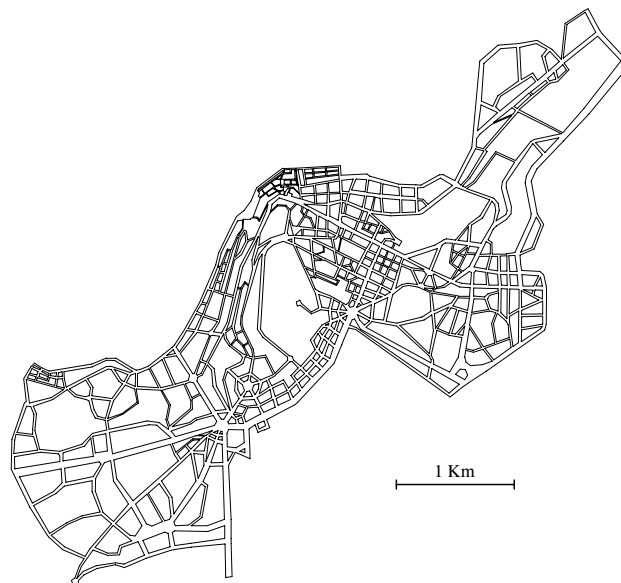


Figura 1.4 Vigo (Pontevedra) 70.000 viviendas

Para el diseño de la red de baja tensión de una ciudad es imprescindible conocer no solo la posición de las cargas, si no también los posibles trazados de esta. Será necesario tener un callejero de la ciudad, conocer todas las zonas prohibidas y la ubicación de todas las cargas con su potencia (punto de acometida de cada edificio). Además, el trazado podrá ser bajo ambas aceras, estando restringido el cruce de las calzadas a determinados puntos o cruces. Por último, en el caso de algunas ciudades, sus barrios periféricos tienen

características urbanísticas similares a las de los pueblos, puesto que las viviendas unifamiliares son numerosas, las calles no están tan definidas como en el centro de la ciudad y, se permite el trazado de redes de baja tensión aéreas. Esto implicará realizar un trazado mixto, aéreo y subterráneo.

1.4 La red de distribución de media tensión urbana

La característica principal de las redes de distribución de media tensión urbanas es que tienen arquitecturas en lazo y, la operación de la red siempre es radial, a diferencia de las redes rurales que son radiales, aunque pueden existir algunos enlaces que permiten cerrar lazos entre las líneas principales. Otra característica particular de las redes urbanas es que fundamentalmente son subterráneas. Por otro lado, mientras en las redes rurales la caída de tensión suele ser la restricción que limita el trazado de las redes, en las urbanas es fundamentalmente la capacidad de los conductores, debido a la elevada densidad de carga.

En la planificación de redes de distribución de media tensión urbanas suele ser habitual considerar los siguientes dos principios: El primero es conseguir las menores pérdidas en la red y el segundo es el que toda carga debe tener dos posibles alternativas de alimentación, también llamado *principio N-1*. El principio N-1 se refiere a la seguridad, e implica que, deben existir alternativas de conexión para todas las cargas, en el caso de producirse un fallo en la red. El objetivo fundamental de este principio es reducir al mínimo los tiempos de las interrupciones y la potencia cortada. Para ello existen diferentes configuraciones de la red, consiguiéndose en mayor o menor medida el objetivo, a costa de una mayor o menor inversión en la instalación. En las redes de distribución de media tensión urbanas, el principio N-1 se consigue mediante el trazado de redes de bucle, con diferentes variantes (huso, pétalo, espiga,...). De este modo, la interrupción de suministro de un lazo al producirse un fallo, solamente permanecerá durante el tiempo necesario para localizar la falta, ya que mediante la operación de los interruptores adecuados, se puede restaurar el suministro a todas las cargas. La sección de los conductores que forman un lazo será uniforme, de forma que se pueda garantizar el cumplimiento de las restricciones, en el caso de producirse una reconfiguración de las conexiones del lazo.

La razones principales por las que las arquitecturas empleadas en las redes urbanas de media tensión para cumplir el criterio N-1 sean en lazo y operadas de forma radial son:

- Es más fácil de operar y mantener una red radial que mallada.
- Es sencilla de proteger, instalando una protección por salida, siendo fácil realizar su ajuste.
- Las subestaciones se operan independientemente, no existiendo problemas de circulaciones de potencia y reduciéndose los valores máximos de potencia de cortocircuito.
- Es suficiente con una protección contra cortocircuitos para cada salida, situándola en cabecera.

El tiempo necesario para despejar las faltas, variará entre milisegundos y minutos, en función de que los elementos de protección sean automáticos o manuales y que sean de operación local o remota.

Por otro lado, el hecho de que las cargas se puedan alimentar desde cualquiera de los extremos del lazo, implica que, a la hora de diseñar las subestaciones se tienen que considerar, no solo las intensidades de las salidas en régimen normal de funcionamiento, sino también el caso más desfavorable de reconfiguración de la red, en caso de emergencia.

Capítulo 2

Objetivos y estructura de la tesis

2.1 Objetivos de la tesis

Uno de los principales problemas con los que se encuentran las compañías eléctricas es como hacer una planificación lo mejor posible de su red, para conseguir dos objetivos: dar la *mejor calidad* de suministro al *menor coste*. Conseguir ambos objetivos es difícil, básicamente por que son opuestos y, no se puede conseguir una buena calidad de suministro sin realizar una importante inversión en equipos e instalaciones. El diseño adecuado de la red es el pilar básico de una buena planificación, junto con una adecuada previsión o estimación de la cargas futuras en el área de estudio.

El objetivo de esta tesis es presentar un conjunto de herramientas que permiten diseñar las redes de distribución de baja tensión y de media tensión urbanas.

Para el diseño de redes de distribución de baja tensión se proponen dos herramientas. La primera, permite obtener la red de baja tensión entre núcleos de población, para determinar en que pueblos y ciudades se ubican los centros de transformación y cuales son los pueblos conectados a los anteriores mediante una red de baja tensión. La segunda, permite calcular la red de baja tensión interior a los núcleos de población, a partir de los datos de las cargas, tanto en el caso de núcleos rurales como urbanos.

La herramienta propuesta para el diseño de redes de distribución de media tensión urbanas, permite calcular la red a partir de las posiciones y potencias de los centros de transformación y clientes en media tensión que se quiere alimentar, y de la posición de las subestaciones desde las que se va a realizar el suministro. Las arquitecturas empleadas serán en bucle, con o sin centros de

reflexión. Para obtener la red es necesario conocer la topología de la ciudad, con las zonas de paso permitidas y prohibidas. En el trazado se permite la ubicación en una misma zanja de múltiples conductores, con la intención de reducir los costes de inversión en zanjas y pavimentado de las calzadas. También se obtienen las ramas que deben permanecer abiertas para poder operar la red radialmente, con las menores pérdidas posible. Además se calcula la potencia de las subestaciones, de forma que, además de cumplir las restricciones de capacidad en régimen normal de funcionamiento, también las cumplan en casos de emergencia, como los debidos a la reconfiguración de los lazos de la red de media tensión o el fallo de uno de los transformadores.

2.2 Estructura de la tesis

Dada la gran cantidad de métodos y modelos existentes en la literatura dedicados a la planificación de redes de distribución, en el capítulo 3 se hace una clasificación de los modelos con una breve explicación, referenciando a los principales autores.

En el capítulo 4 se hace una introducción a los dos modelos propuestos para el diseño de redes de distribución de baja tensión. Dentro de este capítulo, se dedica un amplio subcapítulo a un algoritmo desarrollado para obtener la configuración óptima de los conductores y la posición del centro de transformación de una red de baja tensión que cumple las siguientes características: se conocen las cargas y la topología de la red y es alimentada desde un único punto de inyección o centro de transformación. Este algoritmo va a ser la base del cálculo de la red de cada grupo de cargas obtenido con los algoritmos generales de baja tensión de los dos capítulos siguientes. Además, también se incluye un algoritmo de cálculo de árboles de mínima distancia de gran dimensión, necesario para obtener el grafo sobre el que se van a iniciar los cálculos de la red.

En el capítulo 5 se desarrolla un método para el cálculo de la red de baja tensión existente entre núcleos de población. El método empleado es combinatorio y mediante técnicas de programación dinámica permite resolver problemas de gran dimensión. Su principal aplicación es en aquellos casos en que se quiere realizar el cálculo de la red de un gran área (un país, una comunidad autónoma, el área de una compañía,...). En estos casos, no es

posible considerar todos y cada uno de los clientes de baja tensión para obtener la red total, dada la dimensión del problema. Será necesario, por lo tanto, emplear como unidad de carga, entidades de mayor dimensión que el cliente, como por ejemplo, a los núcleos de población. Es evidente que no se puede considerar que toda la red de baja tensión es interior a los núcleos de población y, por lo tanto, es preciso determinar en cuales van a existir centros de transformación y cuales se alimentan en baja tensión desde un núcleo próximo.

En el capítulo 6 se propone un método heurístico^[132], basado en los algoritmos evolutivos, para obtener la red de distribución de baja tensión y la ubicación de los centros de transformación, dentro de los núcleos de población, a partir de las coordenadas y potencias de las cargas. De este modo, se permite resolver la red interior a los núcleos de población rurales y urbanos, tanto en el caso de que existan restricciones en el trazado (grafo de posibilidades) como en el caso de que el trazado sea libre.

En el capítulo 7 se presenta un método heurístico para la obtención de redes de distribución de media tensión urbanas con arquitectura en lazo, conocidas las posiciones y potencias de los centros de transformación, los clientes en media tensión y las subestaciones. El método propuesto, permite considerar la red con o sin centros de reflexión, determinando la rama que debe estar abierta en régimen normal de funcionamiento.

Finalmente, se comentan las conclusiones obtenidas en este trabajo, así como los trabajos y líneas de desarrollo futuros en los que se pretende seguir para mejorar los resultados alcanzados.

Capítulo 3

Estado del arte

El propósito de este capítulo es hacer una clasificación de los trabajos de planificación existentes en la bibliografía, deteniéndose básicamente en aquellos que se refieren a la planificación de sistemas eléctricos de distribución de media y baja tensión. A la vista de los trabajos revisados, dicha clasificación se puede realizar en base a múltiples criterios, siendo los principales:

- 3.1 Tipos de plan: es función de que se realice un diseño completo de la red, que se diseñe parcialmente, considerando la red ya existente, o definiendo el modo de operación de la red existente, sin añadir nuevos equipos, para obtener una red óptima.
- 3.2 El período en estudio: en función de que se considere una única etapa o múltiples etapas
- 3.3 Elementos a modelar: pueden modelarse subestaciones, red de media tensión, centros de subestación y red de baja tensión independientemente o, simultáneamente un grupo de ellos.
- 3.4 Criterios de optimización: pueden considerarse como costes a optimizar los debidos a inversiones, operación y mantenimiento simultáneamente o, solo algunos de ellos.
- 3.5 Método de optimización: pueden ser técnicas de programación matemática o métodos heurísticos
- 3.6 Arquitectura de la red: pueden ser redes radiales, en bucle o malladas
- 3.7 Selección de conductores en redes radiales: son métodos que permiten obtener los tipos de conductor para una topología dada de la red.

La amplia bibliografía existente de modelos de planificación de redes de distribución cubre las múltiples problemáticas para las diferentes redes, no existiendo ningún modelo capaz de resolver globalmente una red. Ahora bien, existen muchos modelos de planificación que, aunque el autor los propone para un caso concreto de red, son extrapolables a otros casos. Así por ejemplo, los modelos para redes de media tensión radiales, también son aplicables a las redes de baja tensión radiales, puesto que los criterios de diseño son básicamente los mismos.

Es importante destacar en la bibliografía las publicaciones dedicadas a la revisión (*overviews*) y comparación de los diferentes modelos de planificación realizadas por Gönen^[47], Temraz^[70], Miranda^[98], Sarfi^[110] y Khator^[120], pudiendo incluirse dentro de dicho grupo las introducciones de algunos artículos como son los de Ponnaivaikko^[36], Gönen^[58], Cavati^[90], Quintana^[101], Woo^[115], entre otros.

3.1 Tipos de plan

Dentro de la planificación los modelos se pueden clasificar en base al objetivo buscado. Los tres grandes grupos de modelos de planificación son los *planes de nueva construcción*, que calculan una red nueva y completa, los *planes de expansión* que permiten ampliar una red existente al variar la dimensión o número de cargas y por último los *planes de operación*, que buscan la configuración óptima de una red existente para reducir los costes, únicamente actuando sobre los equipos de protección existentes y sin realizar nuevas inversiones en instalaciones.

3.1.1 Plan de nueva construcción

Los planes de nuevas construcción, denominados en la bibliografía anglosajona como *greenfield planning*, son modelos de planificación que trazan la red óptima y/o la posición de las subestaciones y centros de transformación a partir de los datos de las cargas y de las restricciones impuestas, sin considerar la red existente. En general, estos métodos de planificación tienen el inconveniente de su gran dimensión, puesto que la zona en estudio normalmente es muy grande y con un elevado número de cargas. Debido a esto, los métodos matemáticos de optimización requieren un tiempo de cálculo elevado o, en muchos de los casos, son irresolubles.

En la mayoría de los modelos, la búsqueda de la solución se restringe a un número finito de posibilidades¹, representadas mediante un grafo de posibles trayectorias de las líneas y situación de las subestaciones (figura 3.1). Son muy pocos los trabajos existentes basados en un trazado libre de la red^[102,103] o de ubicación de las subestaciones de transformación^[102,33,122].

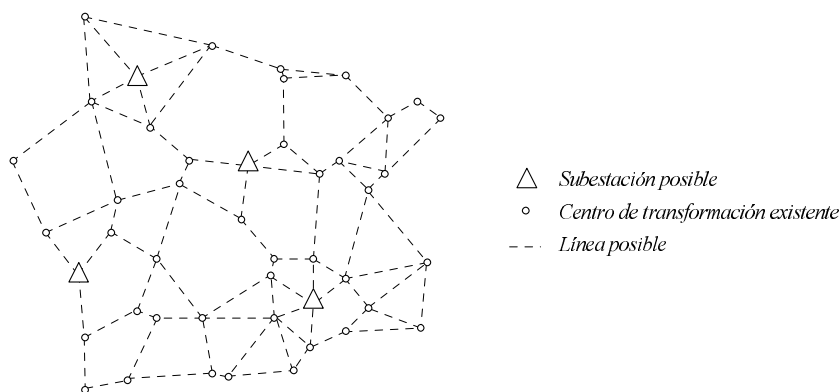


Figura 3.1 Situación inicial de un plan de nueva construcción

3.1.2 Plan de expansión

Los planes de expansión (*expansion planning*) parten de cargas existentes y una previsión de cargas futuras, calculando la red óptima que alimenta a dicho conjunto de cargas, teniendo en cuenta la red existente en la actualidad. Por tanto, además de obtener la nueva red necesaria para alimentar a las cargas futuras, también rediseñan la red actual para conseguir el óptimo. En estos modelos es importante considerar de una forma adecuada los costes de las cargas existentes frente a las previstas, tanto en lo que se refiere a sus costes fijos como al tiempo de vida que les queda. La diferencia en la resolución respecto a los planes de nueva creación es fundamentalmente el incremento en el número de restricciones impuestas.

Al igual que en los planes de expansión, la mayoría de los modelos propuestos en la bibliografía, restringen la solución a un grafo², el cual contendrá a la red y a las subestaciones actuales, así como a las cargas actuales y a las previsibles para el futuro (figura 3.2). Un plan de expansión se puede emplear como plan

¹ Referencias [16, 17, 22, 23, 24, 25, 27, 33, 37, 55, 58, 66, 69, 73, 81, 94, 96, 97, 99]

² Referencias [29, 30, 36, 47, 57, 58, 59, 61, 63, 65, 67, 68, 71, 74, 80, 84, 88, 89, 90, 91, 96, 100, 101, 104, 105, 106, 119, 121]

de nueva creación simplemente con no considerar la red y las subestaciones existentes.

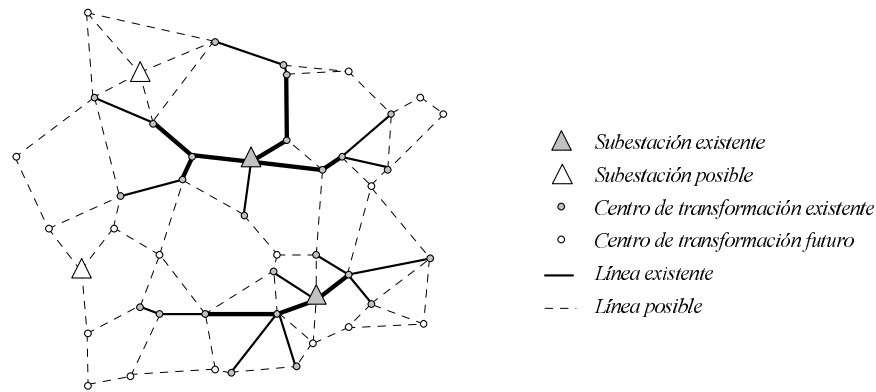


Figura 3.2 Situación inicial de un plan de expansión de una red radial

3.1.3 Plan de operación

Los planes de operación (*operation planning*) son modelos que buscan la configuración óptima de la red, mediante la adecuada operación de los equipos de mando y protección, sin realizar inversiones en nuevas instalaciones. El criterio de evaluación es fundamentalmente la reducción de los costes en pérdidas, aunque también puede contemplar los costes debidos a la energía no distribuida en casos de interrupción, procurando tener el menor número de cortes y de la menor duración posible^[31,32].

3.2 El período en estudio

Todo modelo de planificación de la red se realiza con la intención de obtener la red óptima, desde el punto de vista económico, durante un período de tiempo determinado. En general, los planes se suelen realizar a largo plazo y, por lo tanto, los períodos de tiempo suelen ser de 10, 20 o más años. Durante el período en estudio se van a producir variaciones en las cargas, por lo que es necesario tener una estimación^[101,125,126] (*forecasting*) más o menos precisa de la evolución de la carga, para poder realizar la planificación de la red. Conocidos estos datos, la red se puede diseñar en base a dos criterios. El primero consiste

en obtener una red cuyas instalaciones están en servicio desde el principio del plan, sin sufrir ningún tipo de modificación durante todo el período del plan, cumpliendo en todo momento las restricciones exigidas. A este tipo de planes se les denomina *planes estáticos* o *de una etapa*. El segundo caso corresponde a los planes en los que la instalación de la red se va realizando a lo largo del período, de forma que en cada etapa (generalmente un año), se cumplan las restricciones para las cargas que en ese momento existen. A este tipo de planes se les denomina *planes dinámicos* o *multi-etapa*.

3.2.1 Planes estáticos

En general, un plan estático o de una etapa (*single-state*) es aquel plan en el que durante el período en estudio no existen variaciones en la carga. Sin embargo, en muchos de los modelos, lo que se realiza es un cálculo considerando que la carga varía según los valores estimados, reflejando dicha variación en las ecuaciones. Por lo tanto, se van a considerar como planes estáticos a aquellos que obtienen una red tal que puesta en servicio en el instante cero del período del plan, cumplen las restricciones impuestas durante todo el período del plan y, tiene un coste mínimo, considerando las variaciones de carga durante el período. Es decir, toda las instalaciones nuevas o modificadas se ponen en servicio al mismo tiempo (instante cero). En la ecuación 3.1 se representa la función a minimizar para un caso genérico, dado un conjunto de subestaciones y de líneas. Además, será preciso añadir las restricciones necesarias en función de los criterios de diseño deseados: radialidad, caída de tensión, etc. Los costes fijos se refieren a los costes de inversión y los costes variables se refieren a los restantes, como se comentará en el apartado 3.4.

$$\text{minimizar } \Psi \quad / \quad \Psi = \sum_{i \in \text{Sub}} (cf_i + cv_i) + \sum_{(i,j) \in \text{Red}} (cf_{i,j} + cv_{i,j}) \quad (3.1)$$

donde

cf_i	costes fijos de la subestación de transformación ubicada en el nudo i .
cv_i	costes variables de la subestación de transformación ubicada en el nudo i .
$cf_{i,j}$	costes fijos de la línea que une los nudos i y j .
$cv_{i,j}$	costes variables de la línea que une los nudos i y j .

En el caso de tratarse de un plan de expansión, los costes fijos de aquellos elementos que ya existen, serán nulos en el caso de permanecer iguales y de valor igual a los costes de ampliación en el caso de verse modificados.

3.2.2 Planes dinámicos

Los planes dinámicos o de múltiples etapas (*multi-stage*) permiten obtener una red que es diferente en cada etapa del plan, poniendo en servicio elementos nuevos de la red o eliminándolos en el inicio de cada etapa, de forma que se cumplan las restricciones para cada una de ellas y se minimice el coste total del plan. Dentro de los trabajos existentes en la bibliografía los planes dinámicos se dividen en dos grandes grupos: los planes completamente dinámicos y los planes pseudo-dinámicos.

Planes completamente dinámicos

Los modelos basados en planes completamente dinámicos se basan en obtener el óptimo global, considerando simultáneamente todas las etapas del período en la formulación matemática^[47, 63, 104, 119]. En la ecuación 3.2 se representa la función a minimizar en el caso general de una red de media tensión con las subestaciones. Al igual que en el caso estático, existirán un conjunto de ecuaciones que representen las correspondientes restricciones a imponer, en función de los criterios de diseño deseados (por ejemplo las de radialidad, caída de tensión, etc.).

$$\text{minimizar } \Psi \quad / \quad \Psi = \sum_{t=0}^{n-1} \sum_{i \in \text{Sub}} (cf_i^t + cv_i^t) + \sum_{t=0}^{n-1} \sum_{(i,j) \in \text{Red}} (cf_{i,j}^t + cv_{i,j}^t) \quad (3.2)$$

donde

- cf_i^t es el término fijo del coste de la subestación de transformación ubicada en el nudo i en el año t .
- cv_i^t es el término variable del coste de la subestación de transformación ubicada en el nudo i en el año t .
- $cf_{i,j}^t$ es el término fijo del coste de la línea entre los nudos i y j en el año t .
- $cv_{i,j}^t$ es el término variable del coste de la línea entre los nudos i y j en el año t .

En la mayoría de los trabajos encontrados en la bibliografía, a los planes dinámicos se le añade como restricción el que, cada elemento de la red solo se puede modificar, crear o eliminar una vez a lo largo de todo el período del plan. Esto implica que los costes fijos tomarán un valor diferente a cero a lo sumo una vez en todo el período.

Este tipo de planes permiten obtener soluciones mucho mejores que los planes estáticos, dado que no contemplan la realización de las inversiones hasta que realmente son necesarias, ni contemplan las pérdidas en las redes durante los períodos en que no existen. Sin embargo, tienen el gran inconveniente de su dimensión, ya que el número de variables y el número de restricciones impuestas se multiplica por el número de etapas del plan. Esto provoca que sea imposible resolver sistemas de una dimensión relativamente pequeña.

Planes pseudo-dinámicos

Muchos autores optaron por simplificar el problema de la dimensión de los modelos dinámicos, sin por ello perder todas sus ventajas mediante la ejecución de varios planes estáticos. Esto dio origen a los planes denominados en la bibliografía como planes pseudo-dinámicos ^[57, 67, 71, 101, 106].

Los planes pseudo-dinámicos se dividen en dos fases: en la primera se realiza un plan estático para todo el período del plan (figura 3.4.b), del que únicamente se va a considerar el grafo obtenido. La segunda fase consiste en realizar un plan estático para cada etapa del período, considerando como espacio posible de soluciones el grafo obtenido en el plan estático de la primera fase (figura 3.5.a). Además, para el cálculo del plan estático de una etapa se tendrá en cuenta la red obtenida en cada una de las etapas anteriores. En el caso de que el plan pseudo-dinámico sea de expansión, también habrá que tener en cuenta la red existente en el instante inicial.

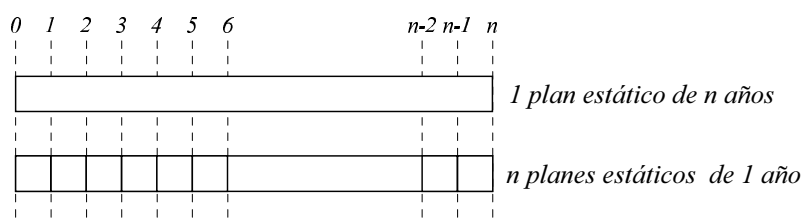


Figura 3.3 Fases de un plan pseudo-dinámico de n etapas

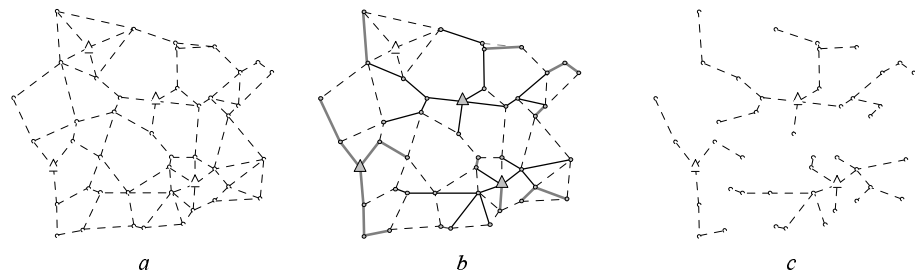


Figura 3.4 Primera fase de un plan pseudo-dinámico: grafo inicial (a), resultado del plan estático (b) y grafo para la 2ª fase (c)

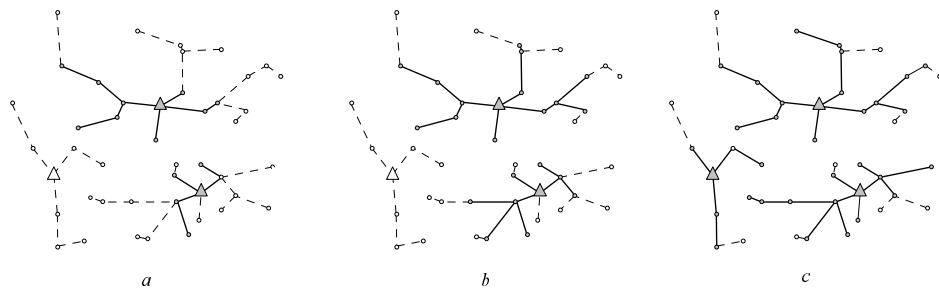


Figura 3.5 Tres etapas de la 2ª fase del plan pseudo-dinámico del ejemplo de la figura 3.4.a

Si se realizasen los planes estáticos para cada etapa, sin restringirlos al grafo obtenido en la primera fase, las soluciones obtenidas podrían ser muy diferentes, por no poder reflejar las evoluciones futuras de las cargas. Por ejemplo, en la figura 3.6.a se representa la solución obtenida al aparecer la carga i previamente a la carga j , considerando el grafo de la primera etapa y, en la figura 3.6.b considerando el grafo inicial.

La evaluación del coste de un modelo pseudo-dinámico se realiza de igual forma que en un modelo estático de expansión, teniendo en cuenta que los equipos existentes de etapas anteriores no tendrán costes en términos de inversión.

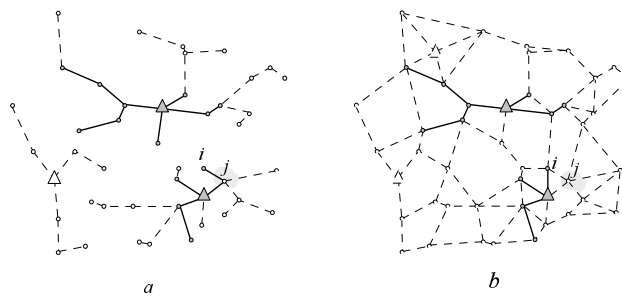


Figura 3.6 Solución de una etapa con el grafo de la 1ª fase (a) y con el grafo inicial (b)

3.3 Elementos a modelar

La mayoría de los trabajos existentes en la bibliografía, dedicados a modelos de planificación de redes de distribución, consideran un único nivel de tensión, tratando de forma separada lo que son redes de media y redes de baja tensión. La mayoría de los trabajos existentes necesitan como datos de partida para la ejecución del algoritmo, la ubicación y la dimensión de las cargas a alimentar. En función de los resultados que obtienen los diferentes modelos a partir de estos datos, se pueden clasificar en :

- modelos que calculan únicamente los puntos de inyección^[33, 53, 79, 80,122].
- modelos que obtienen únicamente la red^[55, 65, 69] (la posición de los puntos de inyección es dato).
- modelos que obtienen tanto los puntos de inyección como la red, pero separadamente.
- modelos que optimizan conjuntamente los puntos de inyección y la red.

Tanto a la hora de modelar la red (de media o baja tensión) como los puntos de inyección (subestaciones o centros de transformación), las condiciones impuestas o buscadas en cada caso son diferentes. Los objetivos a buscar para los puntos de inyección deben ser la obtención de:

- la ubicación: que puede estar restringida a un conjunto de puntos, o ser libre en toda la superficie del área en estudio.

- la dimensión, considerando tanto el funcionamiento en régimen normal como en caso de emergencia (transferencia de potencia entre subestaciones), obteniendo no solo su potencia sino también los transformadores que lo componen.
- el área en el que distribuyen en régimen normal.

En el caso de la red de distribución se deben obtener:

- el trazado de las líneas, que puede ser libre o restringido a un grafo.
- la sección de los conductores.
- las caídas de tensión, tanto en régimen normal como en el de emergencia (cuando es posible la re-configuración mediante enlaces o bucles), que deben ser inferiores al valor máximo admisible.
- la topología o arquitectura deseada (bucles, radial, etc.).

Muchos de los modelos existentes en la bibliografía contemplan algunos de estos objetivos, pero en pocos casos se consideran todos, realizándose múltiples simplificaciones.

Existen dos problemas parecidos al problema de ubicación de los centros de transformación, que sí tiene solución, que son conocidos como los problemas de los *n-centros*. El primero consiste en determinar la ubicación de un número fijo de centros de forma que la mayor de las distancias desde las cargas sea la menor posible. El segundo consiste en determinar el menor número de centros necesarios para que la mayor de las distancias desde una carga sea menor que una distancia crítica dada. Ambos problemas fueron resueltos por Christofides^[130] en 1975, pero no son adecuados para la obtención de la posición de los centros de transformación por no evaluar más que las distancias máximas, sin tener en cuenta ni el máximo número de conexiones, ni restricciones.

3.4 Criterios de optimización

Al evaluar el coste de un sistema eléctrico de distribución, se puede considerar que el coste de cada elemento de la red está compuesto por dos términos: uno correspondiente al coste fijo debido a la inversión y otro coste variable donde se incluirían los restantes costes, que pueden ser dependientes o independientes de la potencia.

Las diferentes técnicas de planificación existentes en la bibliografía se basan en obtener una red que minimice el coste, cumpliendo un conjunto de restricciones. En los planes de expansión y de nueva creación, se minimiza el coste considerando tanto el término fijo como el variable ^[36,63], mientras que en los planes de operación, únicamente se minimiza es el término variable, ya que no se incluye la realización de ningún tipo de inversión en nuevos equipos e instalaciones^[39].

Dada la dificultad de considerar todos los términos implicados en el coste de la red, todos los autores proponen diferentes simplificaciones a la hora de obtener los costes. En unos casos, únicamente utilizan el término fijo del coste, despreciando los costes variables ^[65,36,40], otros solo consideran el término variable ^[55] linealizando el coste total como una función que pasa por cero (ver la figura 3.7.b), siendo los más completos los que incluyen ambos términos^[59,58]. Pero incluso dentro de los modelos que consideran tanto el término fijo como el variable, se hacen múltiples simplificaciones, fundamentalmente linealizando los costes (figuras 3.7.a y 3.7.c), con el objetivo de poder resolver en un tiempo razonable el sistema, renunciando a obtener el óptimo absoluto.

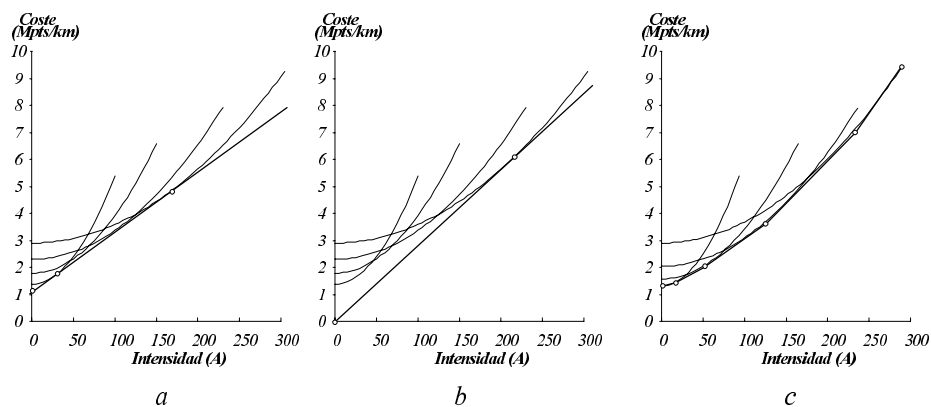


Figura 3.7 Linealización de las curvas de costes: con coste fijo (a), sin coste fijo (b) y linealización por segmentos (c)

Uno de los primeros problemas al considerar los costes fijos es que no es un dato para cada elemento de la red (línea, subestación, centro de transformación), sino que depende del tipo de equipo a instalar, siendo un valor diferente para cada tipo (sección del conductor, potencia de los transformadores, etc.). Lo mismo ocurre con los costes variables, los cuales

dependen no solamente de la longitud de la línea, intensidad que por ella circula o potencia transformada por un transformador sino que este valor también es diferente para los diferentes tipos de equipo. Por ello, es necesario diferenciar los modelos en tres grandes grupos:

- Modelos que utilizan un tipo único de equipo (cable, centro de transformación, subestación)^[29,30,36,57,59,65,81,91,99,101,102,103,105, 106,121]. En este tipo de modelos, el coste fijo de cada elemento de la red es único, existiendo un coeficiente común para los costes variables.
- Modelos que consideran la posibilidad de instalar diferentes tipos de equipos, pero en el planteamiento del problema emplean una aproximación de los diferentes tipos^[16,17,55,58,67,68,69]. Al igual que en el caso anterior, el coste fijo y el coeficiente de coste variable a emplear son únicos.
- Modelos que emplean múltiples tipos de equipos^[47, 63, 61, 71, 84, 143, 76, 77,96, 100]. En este caso es necesario considerar tantos costes fijos por elemento de la red como tipos hay, así como los correspondientes coeficientes para los costes variables.

Debido a que los costes variables son funciones cuadráticas, es por lo que en muchos autores optaron por linealizar la función de coste, proponiendo modelos basados en métodos matemáticos de programación lineal. En el caso de las redes con múltiples conductores, tanto en media como en baja tensión, la linealización se puede realizar de dos formas diferentes: la primera consiste en realizar una linealización individual de cada uno de los conductores y, la segunda consiste en hacer una linealización global de todos los conductores. En ambos casos, a partir de los resultados obtenidos se puede determinar los tipos de conductor adecuados, con su coste real. En el primer caso, el número de variables que aparecen es muy superior al segundo caso, así como el número de restricciones que es necesario imponer. En el tratamiento de las subestaciones o de los centros de transformación, hay que tener en cuenta los mismas dos opciones, si se quieren emplear múltiples tipos.

No se ha encontrado, entre las múltiples publicaciones revisadas, ninguna referencia a la mejor forma de linealizar las curvas de costes. Es importante tener en cuenta que, dependiendo del conjunto de conductores empleados y de la forma de linealizar la función de coste, puede ser mejor la linealización global que la individual, desde el punto de vista del error cometido. Así por

ejemplo, si se linealiza tomando los dos extremos de las curvas de coste de cada conductor (intensidad cero e intensidad máxima) y se trazar la línea recta que los une, no está claro cual es la opción mejor. Tomados los conductores de baja tensión aéreos posados del apéndice B, se muestra en la figura 3.8.a la linealización individual y en la 3.8.b la global. Se puede observar que la linealización individual tiene, entre otras, las siguientes características: es cóncava, los puntos de límites económicos para cada tipo de conductor son muy superiores a los reales y la diferencia entre el coste de la linealización y el real es mucho mayor que en el caso de la linealización global. Estas características pueden hacer que la solución obtenida con la linealización individual se aleje del óptimo absoluto mucho más que en el caso de emplear la linealización global.

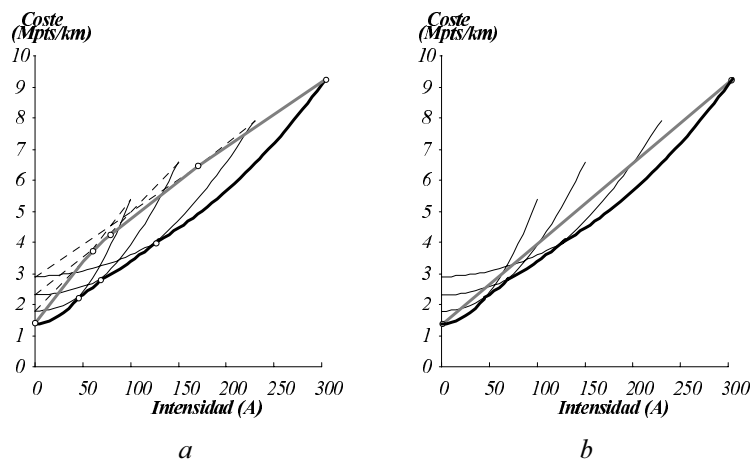


Figura 3.8 Curvas de costes con linealización individual (a) y linealización global (b) entre los extremos de las curvas

Hay autores que proponen realizar el cálculo teniendo en cuenta únicamente los costes fijos^[22, 29,30,37,40,81,94,102,103], dejando, en algunos casos para un paso posterior, el cálculo de los costes variables (fundamentalmente debidos a las pérdidas). Así por ejemplo, en algunos modelos de planificación de redes de media tensión urbanas, el cálculo de las pérdidas se realiza simultáneamente con la ubicación de las ramas que abren los lazos^[102,103,40]. En casos como el de redes de baja tensión aéreas, los costes de las pérdidas tienen un valor que no es despreciable ya que puede ser a lo largo de todo el período superior al de inversión. Sin embargo, en casos como el de las redes de media tensión urbanas, el hecho de que los lazos tengan un conductor de sección uniforme y

que los costes debidos a la zanja son muy elevados, e incluso superiores a los de los propios conductores (cuando es necesario pavimentar, al realizar cruzamientos con otras redes, etc.), son la razón esgrimida por muchos autores para considerar como buena la consideración de que el coste es función básicamente de la longitud de la red ^[54,59,17,48].

En general el coste variable incluye los costes de las pérdidas, operación y mantenimiento de la red, pero es difícil determinar cual es su valor real. Mientras que los costes de inversión son fáciles de evaluar, ya que corresponden al coste de los equipos, diseño y ejecución de la obra, los costes variables se producen a lo largo de toda la vida del equipo, siendo variables a lo largo del tiempo. Existen diferentes formas de tratar estos costes en la bibliografía, despreciando unos u otros términos en cada caso. Mientras unos autores consideran que el coste variable es función únicamente de la longitud ^[59], otros lo consideran proporcional al flujo de potencia por la rama ^[50,66]. En unos casos solo consideran las pérdidas, despreciando los costes de operación y mantenimiento ^[47,61,36,56] mientras que otros desprecian las pérdidas y consideran los costes de operación y mantenimiento como valores constantes en función de la sección del conductor ^[67].

Además, entre los diferentes autores no está muy claro como se deben considerar los costes de pérdidas. Las diferencias fundamentales se refieren a cuestiones como el precio que se le debe dar a las pérdidas, si el coste es fijo o depende de que sea hora punta, valle u otra, si se consideran en un tiempo ilimitado ^[17] o se consideran las pérdidas de potencia esperadas ^[68]. En segundo lugar, hay dificultades prácticas para obtener el valor de las pérdidas, dado el desconocimiento de la curva de carga de cada uno de los centros de transformación o agrupaciones de estos, teniendo en cuenta que además éstos están afectados por cuestiones como la época del año y en general la climatología. A todo ello, se le puede añadir que la incertidumbre crece cuando se realiza una previsión a medio y largo plazo, puesto que se le añaden los posibles errores debidos a la estimación que se hace en el crecimiento de la carga.

3.5 Método de optimización

Planteadas la función de coste a minimizar y las restricciones, los diferentes autores emplean básicamente dos métodos diferentes de optimización: métodos

de programación matemática y métodos heurísticos. En los métodos de programación matemática la solución obtenida es el óptimo para las ecuaciones planteadas, pero dicha solución no tiene porque coincidir con el óptimo real, puesto que, en las ecuaciones se incluyen errores debidos principalmente a costes no incluidos ^[92] y a las aproximaciones realizadas (linealizaciones). Pero además, los métodos de programación matemática tienen el inconveniente de que, el tiempo requerido para el cálculo crece exponencialmente con la dimensión del problema. En los métodos heurísticos el principal problema es que, no se puede garantizar que se obtenga la solución óptima, ni se puede saber lo lejos que se está de ésta. Sin embargo, sus principales ventajas son que: a lo largo de todo el proceso se tiene una solución provisional que va mejorando con el tiempo y que, la solución final, en general, es buena o razonable. Además, para problemas de gran dimensión permiten obtener soluciones bastante buenas y en tiempos razonables.

Un tercer grupo de métodos de planificación sería el formado por los modelos geométricos. Estos modelos no realizan un diseño real de la red, sino que se basan en hacer cálculos de valores medios para diferentes distribuciones geométricas de las cargas, tanto para casos rurales como para urbanos y en media o baja tensión ^{1,2,5,6, 136-137,138,139,140,141,142]}. Debido a su poco interés desde el punto de vista del diseño y trazado de redes en casos reales, no se van a comentar.

3.5.1 Modelos de programación matemática

Los modelos de programación matemática empleados por los diferentes autores en la planificación de redes eléctricas se dividen en los tres grupos siguientes:

- métodos de programación lineal
- métodos de programación mixta entera
- métodos de programación cuadrática

En cualquiera de los tres métodos, el número de variables depende del número de nudos y de posibles conexiones entre ellos (ramas). Si se deseara resolver un sistema con todas las combinaciones de parejas posibles entre sus nudos, el número de ecuaciones y variables necesarias sería tan elevado que en casos con más de 10 nudos sería imposible. Por esta razón, es por lo que todos los trabajos basados en métodos de programación matemática están restringidos a un grafo.

Programación lineal

En los *métodos de programación lineal* (PL) todas las variables empleadas son lineales y pasan por el origen, lo que equivale a decir, que no se consideran los costes constantes asociados al coste de cada elemento^[20,21,55,85,94]. En estos métodos se considera que el coste de una rama es directamente proporcional a la potencia que circula por ella (figura 3.7.b). Se plantean como un problema de *flujo en redes*, que se puede resolver mediante un algoritmo de *simplex*. Este problema se puede incluir dentro de los métodos denominados en la bibliografía, como *trans-shipment problem*.

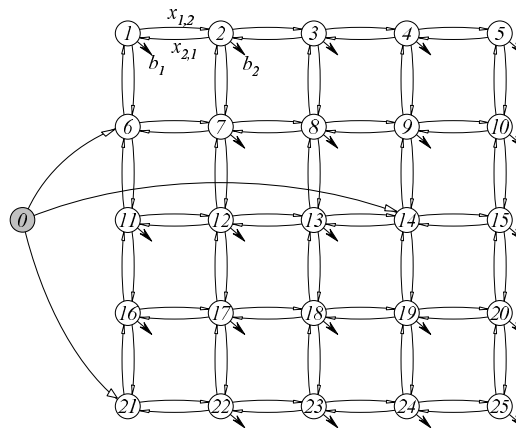


Figura 3.9 Grafo del flujo en redes

Para su resolución, se define un grafo orientado $G=(N,R)$ formado por el conjunto de nudos correspondientes a todas las cargas más las posibles posiciones de las subestaciones y un nudo fuente (nudo 0 en el ejemplo de la figura 3.9). Cada posible conexión entre dos nudos se representa por dos ramas orientadas (en ambos sentidos) excepto entre el nudo 0, el cual se conectará con una única rama en sentido hacia los posibles nudos de ubicación de las subestaciones. El resultado del flujo entre el nudo 0 y un nudo i , es equivalente al flujo (potencia) transformado por la subestación ubicada en el nudo i . La función a minimizar considera los costes de cada rama proporcionales a la potencia circulante (ecuación 3.3), con las restricciones del primer axioma de Kirchhoff (ecuación 3.4) y de que el flujo en cada rama orientada tiene que ser positiva (ecuación 3.5).

$$\text{minimizar } \Psi \quad / \quad \Psi = \sum_{(i,j) \in R} c_{i,j} \cdot x_{i,j} \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in N} (x_{j,i} - x_{i,j}) = b_i \quad , \quad \forall i \in N \quad , \quad i \neq 0 \quad (3.4)$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.5)$$

donde

$c_{i,j}$ es el coste por unidad de flujo de la rama (i,j)

b_i consumo del nudo i

$x_{i,j}$ es el flujo por la rama (i,j)

Dentro de este mismo grupo están los denominados *capacitated trans-shipment problem*, en los cuales también se incluyen como restricciones a los límites superiores de capacidad de las líneas^[20,21,55,94]. En este caso, la ecuación 3.5 se reemplaza por la ecuación 3.6, la cual permite garantizar que el valor de la potencia que circula por una rama (i,j) , además de ser positiva, será menor o igual al límite de capacidad de dicha rama, $U_{i,j}$.

$$0 \leq x_{i,j} \leq U_{i,j} \quad , \quad \forall i,j \in N \quad (3.6)$$

Wall^[55] y Knight^[94] proponen modelos para el diseño de redes de distribución radiales. Sin embargo, los modelos de programación lineal propuestos por Haman^[20] y Hindi^[21] buscan la configuración óptima de las secciones de los conductores para una configuración dada de la red. En general, los métodos de programación lineal son de poco interés en los planes de nueva creación o de expansión, puesto que despreciar los costes fijos de la red implica resultados muy alejados del óptimo real. Su aplicación al caso particular de redes subterráneas es inadecuado, por cuanto en éstas, el coste fijo es el término más importante (debido fundamentalmente a los costes de zanja y pavimentado). Sin embargo, si tienen interés en planes de operación, debido a que los únicos costes que se consideran son los del término variable, por ser planes en los que no se realiza inversión en nuevos equipos^[85].

Programación mixta entera

Los *métodos de programación mixta entera* (PME) introducen variables enteras binarias que permiten introducir en la función de coste los costes fijos de las instalaciones además de los costes variables ^[17, 47,54,57,59,61,63,66,71,90,106,119].

La función a minimizar se puede expresar mediante la ecuación 3.7, incluyendo los costes fijos y los variables tanto de las subestaciones como los de la red. Con la restricción impuesta con la ecuación 3.8, se garantiza el cumplimiento del primer axioma de Kirchhoff, tal que la suma de potencias entrantes más la generada en un nudo es igual a las potencias salientes más la consumida. En el caso de no existir una subestación o una línea, el límite superior de potencia es igual a cero, impuesto por las variables binarias y, si existe, es el límite de capacidad (ecuaciones de restricción 3.9 y 3.10 respectivamente).

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \Psi \\ \Psi = & \sum_{i \in \text{Sub}} (\pi_i \cdot g_i + v_i \cdot y_i) + \sum_{(i,j) \in R} (\lambda_{i,j} \cdot f_{i,j} + c_{i,j} \cdot x_{i,j}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$y_i + \sum_{j \in N} (x_{j,i} - x_{i,j}) = b_i \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.8)$$

$$0 \leq y_i \leq \pi_i \cdot V_i \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.9)$$

$$0 \leq x_{i,j} \leq \lambda_{i,j} \cdot U_{i,j} \quad , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.10)$$

$$\pi_i \in \{0, 1\} \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.11)$$

$$\lambda_{i,j} \in \{0, 1\} \quad , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.12)$$

donde

$\lambda_{i,j}$	es la variable binaria que representa si existe la rama (i,j)
π_i	es la variable binaria que representa si existe la subestación i
$x_{i,j}$	es la variable real que representa la potencia en la rama (i,j)
y_i	es la variable real que representa el flujo en la subestación i
g_i	es el coste fijo correspondiente a la subestación i
v_i	es el coste por unidad de potencia transformada en la subestación i

$f_{i,j}$	es el coste fijo correspondiente a la rama (i,j)
$c_{i,j}$	es el coste por unidad de potencia en la rama (i,j)
Sub	conjunto de nudos subestación.

En el caso de un plan de expansión, no se consideran los costes de inversión de las instalaciones existentes (tanto para las líneas como para las subestaciones), permitiéndose su eliminación. En este caso, las variables binarias correspondientes a dichas instalaciones, tomarán valor cero si existen y serán igual a uno cuando se eliminan, siendo la formulación de las restricciones de capacidad:

$$0 \leq y_i \leq (1 - \pi_i) \cdot V_i \quad , \quad \forall i \in Subest. \text{ existentes} \quad (3.13)$$

$$0 \leq x_{i,j} \leq (1 - \lambda_{i,j}) \cdot U_{i,j} \quad , \quad \forall (i,j) \in Lineas \text{ existentes} \quad (3.14)$$

Los diferentes métodos de resolución se basan en la ejecución de un algoritmo de *branch and bound* para la toma de decisión de las variables enteras. El problema principal es que no existe ninguna técnica que permita acortar la búsqueda en el árbol del branch and bound y que, por tanto, permita asegurar que los tiempos de cálculo van a ser reducidos.

Dentro de los métodos de programación lineal mixta entera existen un grupo de modelos que contemplan la característica cuadrática del coste, e intentan reducir el error asociado a la linealización de los costes mediante la linealización por múltiples tramos de las curvas de costes^[58,67,68,69] (figura 3.7.c).

El inconveniente de hacer esto es que, se incrementa el número de variables enteras y restricciones, lo que hace que el tiempo de cálculo necesario se muy superior. Únicamente Gönen^[58] propone un métodos que linealiza a trozos la envolvente de las curvas de costes con múltiples conductores y permitiendo que la función sea concava. La implantación de este método requiere añadir, por cada subestación y línea del grafo: tantas variable reales (de valor entre cero y uno) como vértices tiene la función linealizada más una variable binaria por cada segmento de la función, (figura 3.10 y ecuaciones 3.15).

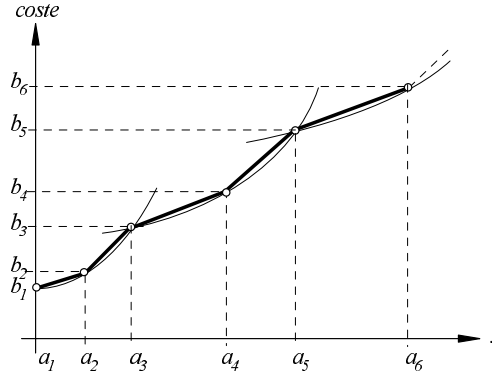


Figura 3.10 Propuesta de Gönen para linealizar el coste por segmentos.

$$\begin{aligned}
 x &= \sum_r a_r \cdot t_r \\
 \sum_r t_r &= 1 \quad 0 \leq t_r \leq 1 \\
 \sum_r \beta_r &= 1 \quad \beta_r = \{0,1\} \\
 t_1 &\leq \beta_1, \quad t_s \leq \beta_{s-1} + \beta_s, \quad t_r \leq \beta_{r-1} \\
 \text{coste}(x) &= \sum_r b_r \cdot t_r
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

donde

- x es el flujo
- a_i son los límites de flujo para cada segmento de la curva de costes
- b_i son los límites del coste para cada segmento de la curva de costes
- t_i variable real asociada a cada segmento de la curva de costes
- β_i variable binaria asociada a cada segmento de la curva de costes

Programación cuadrática

Ponnavaikko^[36] plantea un modelo de planificación como un problema de *programación mixta entera cuadrática* (PQ) con restricciones de desigualdad lineales. Para ello, considera los costes fijos tanto de las subestaciones como de las líneas y el coste variable debido únicamente a las pérdidas en las líneas

como función del cuadrado de la potencia que transportan. El método empleado para su resolución consta de dos fases, la primera se basa en el método propuesto por Wolfe^[124] (basado en multiplicadores de lagrange y aproximaciones recursivas) para la resolución de problemas cuadráticos usando el método simplex, tratando las variables como continuas. La segunda fase es una técnica propuesta por Ponnavaikko en el propio artículo para obtener el valor entero de las variables enteras. El sistema consiste en redondear los valores reales obtenidos al entero más próximo (0 ó 1) y en función de estos valores, reconfigurar el problema (0 no existen y 1 si existen) añadiendo las restricciones correspondientes, repitiendo la ejecución del método de Wolfe sobre la nueva configuración.

Tratamiento de las restricciones

En muchos de los modelos de planificación basados en técnicas de programación matemática se ha optado por eliminar algunas restricciones para acelerar los cálculos, intentando resolver la restricción por otras técnicas. Uno de las restricciones que no se incluye en muchos modelos que buscan redes radiales es la *restricción de radialidad*^[17,54,55,57,58,68,71,91,101]. Esto implica que la red obtenida tendrá mallas que, por lo tanto, es preciso eliminar.

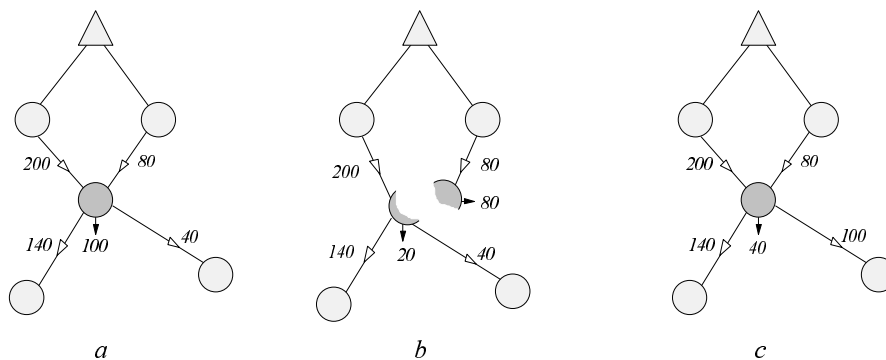


Figura 3.11 División de nudo: lazo inicial (a) solución de la división (b) y lazo sin solución (c)

Para eliminarlas las mallas, la mayoría de los algoritmos emplean un método denominado *división de nudo* (load splitting), que consiste en determinar el nudo de la malla al que llega potencia a través de sus dos ramas del lazo (figura 3.11.a) y dividir el nudo y las ramas que parten de él (figura 3.11.b) mediante el

adecuado reparto de carga entre las líneas entrantes. El problema es que no siempre es posible (figura 3.11.c) y, en este caso, la mayoría de los modelos emplean métodos heurísticos de eliminación de ramas de la malla, para obtener una solución radial.

Para incluir la radialidad dentro de las ecuaciones, es suficiente con considerar las ecuaciones debidas al primer axioma de Kirchhoff (ya incluidas) y la ecuación:

$$card(N) - \sum_{i \in N} \pi_i = \sum_{(i,j) \in R} \lambda_{i,j} \quad (3.16)$$

es decir que, el número de nudos menos el de subestaciones es igual al número de ramas. Esta restricción solamente se puede considerar en aquellos casos en que no existan nudos de bifurcación.

Otra de las restricciones no considerada en muchos modelos, es el *límite de la caída de tensión*. En unos casos simplemente no se considera, mientras que en otros, como en el modelo de Fawzi^[66], si obtenida la red no se cumplen las restricciones de caída de tensión, se van incrementando la sección de los conductores hasta obtener una solución dentro de los límites permitidos. Para considerar la caída de tensión como parte del modelo de optimización matemático, es preciso añadir nuevas variables y restricciones. En general, los modelos que incluyen la caída de tensión como ecuaciones de restricción, añaden una variable por nudo, v_i , que representa el modulo de la tensión de dicho nudo. Las ecuaciones de restricción que aparecen, son las de relación entre las tensiones de los nudos extremos de cada rama en función de la potencia que circula por dicha rama (ecuación 3.17) y las ecuaciones que garantizan que ningún valor de un nudo puede ser inferior al valor impuesto (ecuación 3.19). Pero además, es necesario añadir unas variables de holgura $D_{i,j}$ por rama y nuevas restricciones (ecuación 3.18), puesto que, a priori no se sabe cuales van a ser las ramas que van a existir en la solución. En el caso de que la rama pertenezca a la solución, sus variables de holgura serán nulas.

$$(v_i + D_{i,j}) - (v_j + D_{j,i}) = G_{i,j} \cdot (x_{i,j} - x_{j,i}) , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.17)$$

$$0 \leq D_{i,j} \leq D \cdot (1 - \lambda_{i,j}) , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.18)$$

$$V_{min} \leq v_i , \quad \forall i \in N \quad (3.19)$$

donde

$$D = V_{nom} \cdot \frac{\% \Delta V_{lim}}{100} \quad y \quad V_{min} = V_{nom} \cdot \left(1 - \frac{\% \Delta V_{lim}}{100} \right)$$

Si las ramas existen, las ecuaciones de restricción de las variables de holgura cambian (ecuación 3.18), puesto que las variables $\lambda_{i,j}$ son igual a 1 cuando dicha rama no aparece en la solución (se elimina). En estas ramas, la ecuación es de la forma:

$$0 \leq D_{i,j} \leq D \cdot \lambda_{i,j} \quad (3.20)$$

Los diferentes métodos matemáticos planteados en este apartado se hicieron considerando tipo único tanto en el caso de subestaciones como en el de líneas. Para considerar los casos de *múltiples tipos*, el número de variables se multiplica por el número de tipos para cada elemento, apareciendo nuevas restricciones. Las ecuaciones anteriores se transforman en este caso, quedando:

minimizar Ψ

$$\begin{aligned} \Psi = & \sum_{i \in Sub} \sum_{k \in T(i)} (\pi_{i,k} \cdot g_{i,k} + v_{i,k} \cdot y_{i,k}) + \\ & + \sum_{(i,j) \in R} \sum_{k \in T(i,j)} (\lambda_{i,j,k} \cdot f_{i,j,k} + c_{i,j,k} \cdot x_{i,j,k}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\sum_{k \in T(i)} y_i + \sum_{j \in N} \sum_{k \in T(i,j)} (x_{j,i,k} - x_{i,j,k}) = b_{i,k} \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.22)$$

$$0 \leq y_{i,k} \leq \pi_{i,k} \cdot V_{i,k} \quad , \quad \forall i \in N, \forall k \in T(i) \quad (3.23)$$

$$0 \leq x_{i,j,k} \leq \lambda_{i,j,k} \cdot U_{i,j,k} \quad , \quad \forall (i,j) \in R, \forall k \in T(i,j) \quad (3.24)$$

$$\pi_{i,k} \in \{0, 1\} \quad , \quad \forall i \in N, \forall k \in T(i) \quad (3.25)$$

$$\lambda_{i,j,k} \in \{0, 1\} \quad , \quad \forall (i,j) \in R, \forall k \in T(i,j) \quad (3.26)$$

$$(v_i + D_{i,j}) - (v_j + D_{j,i}) = \sum_{k \in T(i,j)} G_{i,j,k} \cdot (x_{i,j,k} - x_{j,i,k}) \quad , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.27)$$

$$0 \leq D_{i,j} \leq D \cdot (1 - \lambda_{i,j}) \quad , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.28)$$

$$V^{min} \leq v_i \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.29)$$

$$0 \leq \sum_{k \in T(i)} \pi_{i,k} \leq 1 \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.30)$$

$$0 \leq \sum_{k \in T(i)} \lambda_{i,j,k} \leq 1 \quad , \quad \forall (i,j) \in R \quad (3.31)$$

donde

$T(i)$ es el conjunto de tipos de subestación posibles en el nudo i .

$T(i,j)$ es el conjunto de tipos de conductor posibles en la rama (i,j) .

Las dos últimas ecuaciones permiten garantizar que en una rama o en una subestación no existe más de un tipo simultáneamente. En el caso de ser un nudo con una subestación existente o una rama que ya existe, dichas restricciones deben sustituirse por:

$$0 \leq \left(1 - \pi_{i,exis} + \sum_{\substack{k \in T(i) \\ k \neq exis}} \pi_{i,k} \right) \leq 1 \quad (3.32)$$

$$0 \leq \left(1 - \lambda_{i,j,exis} + \sum_{\substack{k \in T(i) \\ k \neq exis}} \lambda_{i,j,k} \right) \leq 1 \quad (3.33)$$

Si además es un *modelo dinámico*, todas las ecuaciones hay que considerarlas para cada período del plan, multiplicándose el número de variables por el número de etapas del plan, igualmente el número de restricciones, ya que se deben cumplir en todos y cada uno de los períodos, apareciendo nuevas restricciones que garanticen no solo la existencia de un único tipo por período, sino que además solo se puede realizar una inversión por instalación en todo el plan.

$$0 \leq \sum_{\tau=0}^{n-1} \sum_{k \in T(i)} \pi_{i,k}^{\tau} \leq 1 \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.34)$$

$$0 \leq \sum_{\tau=0}^{n-1} \sum_{k \in T(i)} \lambda_{i,j,k}^{\tau} \leq 1 \quad , \quad \forall i \in N \quad (3.35)$$

En la Tabla 3.1 se presenta un resumen de los trabajos, basados en métodos de programación matemática, existentes en la bibliografía, con sus principales características.

Tabla 3.1 La planificación mediante modelos de programación matemática

Autores	prog. mat.	sub ct	red	coste fijo	coste variab.	restr. rad.	restr. tens.	tipo plan	etapas
Hindi ^[17]	PME	ct	bt	Sí	Lineal	No	No	nueva	estático
Tram ^[18]	PD	----	cond	No	Lineal	-----	Sí	expans	estático
Salis ^[84,143]	PD	----	cond	No	Lineal	-----	Sí	expans	estático
Salis ^[76,77]	PD	----	cond	No	Lineal	-----	Sí	expans	dinámi
Haman ^[20]	PL	----	cond	No	Lineal	-----	Sí	expans	estático
Hindi ^[21]	PL	----	cond	Sí	Lineal	-----	Sí	expans	estático
Hindi ^[21]	PE	----	cond	Sí	Lineal	-----	Sí	expans	estático
Ponnaivaikko ^[36]	PQ	sub	mt	Sí	Cuadr	Sí	No	expans	estático
Backlund ^[37]	PME	sub	----	Sí	Lineal	-----	-----	nueva	estático
Gönen ^[47]	PME	sub	mt	Sí	Lineal	Sí	Sí	expans	dinámi
Thompson ^[54]	PME	sub	mt	Sí	Lineal	No	No	expans	estático
Wall ^[55]	PL	----	mt	No	Lineal	No	No	nueva	estático
Masud ^[56]	PE	sub	----	Sí	No	-----	Sí	expans	dinámi
Sun ^[57]	PME	sub	mt	Sí	Lineal	No	No	expans	dinámi
Abu-El-Magd ^[50]	PME	sub	mt	Sí	Lineal	No	No	expans	pseudo
Gönen ^[58]	PME	sub	mt	Sí	Tramos	No	No	expans	estático
Gönen ^[63]	PME	sub	mt	Sí	Lineal	Sí	Sí	expans	dinámi
Fawzi ^[66]	PME	sub	mt	Sí	Lineal	No	No	nue/exp	estático
El-Kady ^[67]	PME	sub	mt	Sí	Tramos	Sí	Sí	expans	dinámi
Carneiro ^[68]	PME	sub	mt	Sí	Tramos	No	No*	expans	estático
Adams ^[69]	PME	----	mt	Sí	Tramos	No	No	nueva	est / din
Ramírez ^[71]	PME	sub	mt	Sí	Lineal	No	Sí	expans	pseudo
Abur ^[85]	PL	----	swi	No	Lineal	Sí	No	operac.	estático
Cavati ^[90]	PME	----	mt	Sí	Lineal	Sí	Sí	exp/op	estático
Blanchard ^[119]	PME	sub	mt	Sí	tramos	No	No	nueva	dinámi
Youssef ^[91]	lagr.	sub	mt	Sí	Sí	No	Sí	expans	dinámi
Knight ^[94]	PL	----	mt	No	Lineal	No	No	nueva	estático
Quintana ^[101]	PNL	sub	mt	Sí	Lineal	No	Sí	expans	pseudo

3.5.2 Modelos heurísticos

En general los modelos de programación matemáticos de planificación de redes de distribución no son eficientes en el caso de problemas reales, puesto que los tiempos de cálculo de dichos métodos crece exponencialmente con el tamaño del problema. Para solventar dicho problema, en los últimos años se han abierto múltiples líneas de trabajo en modelos heurísticos que si bien no obtienen la solución óptima, sí proporcionan soluciones satisfactorias y factibles con un valor de la función objetivo próxima al óptimo y empleando un tiempo razonable en el cálculo. En general, estos métodos se basan en técnicas de intercambio de ramas sobre una red inicial, buscando aquellas soluciones que mejoran la función de coste. La principal ventaja de los métodos heurísticos es que no es necesario realizar simplificaciones matemáticas, como por ejemplo, linealizar los costes de las líneas, subestaciones o centros de transformación. Los inconvenientes principales son, el hecho de que no se sabe si se está cerca o lejos de la solución óptima y que si se realizan múltiples ejecuciones del algoritmo se pueden obtener resultados diferentes. Este último inconveniente, puede ser considerado también una ventaja, ya que permite al planificador tener múltiples alternativas de costes similares, con los que poder tomar decisiones en base a otros criterios no considerados en el modelo de planificación.

La clasificación de los modelos heurísticos es difícil, puesto que muchos de los métodos no son fáciles de englobar en un grupo, si bien, dentro de los modelos de planificación, los métodos principales se pueden clasificar en los siguientes grupos:

- intercambio de ramas
- recocido simulado
- algoritmos de evolución
- problemas basados en los problemas del agente viajero y del vehículo de transporte
- multiobjetivo

Intercambio de ramas

La mayoría de los métodos incluidos en este apartado se pueden considerar perteneciente a los métodos *greedy*. Son métodos que parten de una red inicial sobre la que se van realizando intercambios de rama con el objetivo único de ir mejorando la red. Si la red inicial no cumple las restricciones impuestas, se

considerará que un intercambio de ramas da una red mejor cuando los valores de las restricciones incumplidas están más próximos a los valores exigidos como límite (caída máxima de tensión respecto a la admisible, valor del flujo respecto al límite de capacidad, etc.). Solamente cuando se ha conseguido el cumplimiento de las restricciones, es cuando se considera que una mejoría en la red es equivalente a un menor coste de ésta. Básicamente hay dos grandes grupos de métodos.

El primer grupo está formado por los métodos que se basan en eliminar una rama de la red y buscar una nueva conexión entre las dos partes, de forma que se mejore la red (figura 3.12). Hsu^[102] propone un método de eliminación y reconexión basado en conectar sobre las ramas menos cargadas las cargas más próximas. Ahlbom^[40] propone un método similar, sin desarrollar, para la obtención de la red de baja tensión urbana. Carneiro^[68] presenta un algoritmo de intercambio de ramas, de forma que las ramas seleccionadas implican un recorrido en el árbol de decisiones de un branch-and-bound.

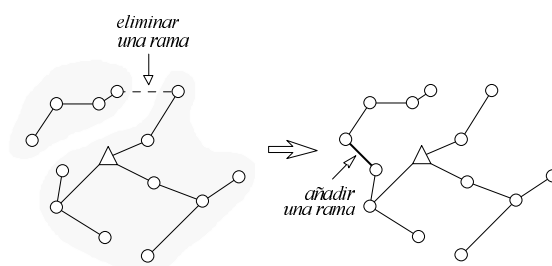


Figura 3.12 Eliminación de rama y selección de nueva conexión

El segundo grupo está formado por los métodos que conectan una rama formando un lazo y buscan cual es la rama del lazo que hay que eliminar para mejorar la red (figura 3.13). Backlund^[37] emplea este método para la obtención de la red de baja tensión a partir del árbol de mínima distancia. Goswami^[105] propone un algoritmo similar a partir del bosque de mínima distancia, realizando en una primera fase los cambios dentro de cada árbol y, cuando no son posibles más cambios, en una segunda fase los realiza entre los diferentes árboles. Peponis^[104] presenta un modelo pseudo-dinámico basado en el intercambio de ramas, cerrando los lazos y buscando la rama que equilibra las cargas.

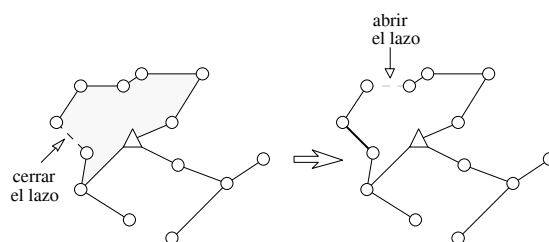


Figura 3.13 Creación de lazo y eliminación de rama

Aoki^[59] presenta un método basado en el intercambio de ramas, en el cual la decisión de intercambio de ramas se hace a partir de la tabla del *simplex*, puesto que un pivote es equivalente a un intercambio entre dos ramas, realizando la selección de aquel que provoca la mayor reducción en la función de coste. El mismo método es empleado en un modelo pseudo-dinámico por Nara^[106], para cada uno de los planes estáticos de cada etapa. Carson^[16] presenta un método basado en el cálculo de variaciones para la resolución de redes de baja tensión que, mediante la resolución de flujos de cargas y eliminación de las ramas con menor intensidad, obtiene redes radiales.

Como consecuencia de que la solución obtenida mediante los métodos de intercambio de ramas cae con facilidad en mínimos locales, algunos autores como Nara proponen realizar cambios múltiples al llegar a una solución de la que no se puede evolucionar.

En el caso de las redes de media tensión en bucle, es preciso realizar múltiples cambios para poder mantener dicha configuración, como propone en su artículo Glamocanin^[103]. También Meckiff y Boardman^[23,24] proponen dos métodos para la resolución de redes malladas (de transporte) basado en el intercambio de ramas.

Dentro de los métodos heurísticos de intercambio de ramas, también se encuadran muchos de los planes de operación sobre redes de media tensión, las cuales tienen arquitecturas malladas pero funcionan en régimen radial^[82,83, 86,87]. En este caso el intercambio de ramas se refiere únicamente a decidir cuáles están conectadas y cuáles no, pero siempre sobre ramas existentes.

Recocido simulado

Los algoritmos denominados de recocido simulado^[132] o *simulated annealing* son técnicas que simulan el proceso físico-químico del recocido y sus implicaciones en el estado de las moléculas dentro de un sólido. Cuanto mayor es la temperatura del sólido, el número de moléculas que no están en su estado fundamental (estado mínimo para dicha temperatura) crece de forma exponencial. El proceso de recocido implica un calentamiento inicial del material y un enfriamiento lento. En función de la velocidad de enfriamiento, las moléculas se organizarán mejor o peor, en base a criterios aleatorios cuya característica se puede representar por la *distribución de Boltzmann*. Las estrategias de optimización de recocido simulado se basan en reflejar este fenómeno físico. Para ello, se parte de una *temperatura alta* con conjunto de soluciones y se dejan evolucionar de forma que cuando la temperatura es elevada, las modificaciones hacia soluciones peores se permiten en mayor medida que cuando la temperatura es baja. El proceso consiste en ir bajando la temperatura de forma exponencial más o menos lentamente. Las diferencias entre los múltiples algoritmos de la bibliografía^[96,97] se refieren tanto al tipo de programa de enfriamiento como a la forma de obtener las diferentes soluciones en cada paso a partir del paso anterior. El modelo propuesto por Hasselfield^[96] parte de una red inicial sobre la que se realiza una modificación, que tanto puede ser un cambio de sección de una línea como el cierre de un lazo y apertura del mismo por otro lado. Se evalúa la nueva red, aceptándose si se reduce el coste y en caso de incrementarse se determina o no su aceptación en base a una comparación con un valor generado aleatoriamente mediante la función de probabilidad para la temperatura de ese instante. El método de intercambio de ramas lo propone cerrando y abriendo interruptores de un lazo pero es igual de válido con intercambio de ramas. Jonnavithula^[97] presenta otro modelo en el que considera no solo los costes de inversión y pérdidas, sino también los de mantenimiento y los debidos a las interrupciones.

Algoritmos de evolución

Los algoritmos de evolución^[132] o *evolutionary algorithms* se basan en las leyes de la evolución de los seres vivos en la naturaleza. Al igual que en la naturaleza, el proceso de evolución no es por cambios reales sobre los individuos de la población, sino sobre los cromosomas de sus células, los cuales codifican a dichos individuos. La evolución se produce por la existencia de una población más o menos grande de individuos parecidos, pero no iguales (aunque puedan existir algunos exactamente iguales), que a lo largo de

sucesivas generaciones se van cruzando y mutando para dar una nueva generación. En los algoritmos de evolución se hace de igual forma, representando el problema mediante una codificación para cada individuo, a la que también se llama cromosoma, y a partir de una población se van obteniendo nuevas generaciones mediante operadores de selección, mutación y cruce de dichos cromosomas. Los algoritmos de evolución se pueden incluir dentro de los denominados modelos metaheurísticos de búsqueda por entornos y son modelos sin memoria, es decir, que no tienen en cuenta las soluciones obtenidas en pasos anteriores. En función de la forma de aplicar los operadores y de representar los cromosomas de un individuo, se pueden clasificar los algoritmos de evolución en los tres grupos siguientes:

- algoritmos genéticos
- estrategias de evolución
- programas de evolución

Los *algoritmos genéticos (genetic algorithms)* ^[25,73,100,123] se caracterizan por tener una codificación de cada individuo mediante un cromosoma binario (cada *gen* tiene únicamente valores de 0 o 1). El operador de selección es aleatorio, pero con mayor probabilidad de selección para los individuos *mejor adaptados* (es decir de mejor función de coste o más próximos al óptimo). El operador principal es el cruce y que consiste en seleccionar dos individuos e intercambiar de forma aleatoria algunos genes entre ellos para obtener dos nuevos individuos que se denominan hijos. El operador de mutación se realiza muy pocas veces y consiste en alterar algún gen de un individuo (si es 1 pasa a ser 0 y viceversa). Por último, una vez obtenida una nueva población formada por el mismo número de individuos de la población inicial, se elimina la población inicial y se repite el proceso sobre la nueva. El modelo presentado por Ramírez-Rosado^[100] tiene una codificación entera del cromosoma (en vez de binaria), el cual está formado por dos partes. Los genes de la primera parte representa las posibles líneas y la segunda las posibles subestaciones, siendo su valor cero cuando no existen y en caso de que existan el valor indica el tipo (sección del conductor o dimensión de la subestación respectivamente). Vladimiro Miranda^[123] presenta un algoritmo genético para un modelo dinámico de planificación incluyendo inversión, pérdidas, caídas de tensión y fiabilidad, no eliminando los infactibles, sino que se penalizan.

Las *estrategias de evolución (evolutionary strategies)* ^[99,121,122] son algoritmos basados en una codificación real (cada gen es un número real) y su operador principal es el de mutación. El operador de selección es puramente aleatorio,

sin primar a los mejor adaptados. El operador de cruce es igual que en el caso de los algoritmos genéticos. El operador de mutación, que en este caso se realiza de forma masiva, se va adaptando a lo largo de la evolución, lo que permite variar la velocidad de convergencia, salir de mínimos locales, etc. Se pueden diferenciar dos grupos dentro de las estrategias de evolución en función de la forma de obtener la nueva población para repetir el proceso en la siguiente generación. Los (μ, λ) -ES obtienen la nueva población seleccionando los mejores individuos, en número igual a los que tenía la población inicial, μ , de entre los del conjunto final, λ . Los $(\mu + \lambda)$ -ES obtienen la nueva población seleccionando los μ mejores individuos de la unión de los conjuntos inicial y final, $\mu + \lambda$. Bouchard^[99] presenta un modelo muy sencillo para evaluar la red de media tensión y ubicar las subestaciones mediante una estrategia de evolución de selección de ramas en un grafo asociado a una cuadrícula del área en estudio. Míguez^[122] presenta un modelo que permite ubicar las subestaciones en un área rural mediante la codificación de las coordenadas de dichas subestaciones, realizando los operadores de cruce y mutación en base a las dos dimensiones del espacio de soluciones.

Los *programas de evolución (evolutionary programming)* se diferencian de las estrategias de evolución en que la adaptación del operador de mutación se realiza condicionada por el valor de la función de coste y la selección de la nueva población da una mayor probabilidad a los mejores, pero sin excluir a los peores. Vladimiro Miranda^[98] presenta un resumen de un programa de evolución aplicado a un modelo de planificación dinámico.

Los tres grupos tienen muchas semejanzas y algunas diferencias, lo que ha llevado a que cada vez más, aparezcan algoritmos de difícil clasificación por tener propiedades de varios de los métodos e incluso algoritmos que añaden cosas no consideradas en ninguno. Cada día más, se puede decir que las tres técnicas son en realidad la misma.

Los problemas del agente viajero y del vehículo de transporte

El problema del agente viajero (denominado en la bibliografía anglosajona como *travelling salesman problem, TSP*), se refiere a la búsqueda de la trayectoria de menor longitud que conecta todos los nudos de un grafo, tomando como origen y destino el mismo nudo. Versiones más complejas se refieren al caso de múltiples viajeros (*multiple travelling salesman problem*), de forma que entre todos los viajeros se pase por todos los nudos. En el caso del

vehículo de transporte (*multiple vehicle routing problem, VRP*), el problema es parecido, pero con una restricción de capacidad, es decir que cada transportista tiene una capacidad máxima de carga y, por tanto, tiene un límite máximo de nudos a visitar, en función de un valor asignado a cada nudo.

Son múltiples los métodos heurísticos desarrollados para intentar resolver los problemas del agente viajero y del vehículo de transporte. Dentro de los diferentes tipos de modelos heurísticos, se han encontrado algoritmos que intentan resolver ambos problemas. Se ha presentado en este apartado, sin incluirlos dentro de los demás grupos, por su carácter particular de aplicación al diseño de redes de distribución.

Ambos problemas, para los que no existe ningún método matemático de resolución completa, tienen características similares al problema del trazado de la red de media tensión urbana, cuya arquitectura es en bucle. Sin embargo, tienen diferencias importantes, como el hecho de que el nudo origen y destino pueden ser diferentes, siempre y cuando dichos nudos sean subestaciones de transformación o centros de reflexión. Por otro lado, en el caso de la red de media tensión, existen restricciones de capacidad (que si tiene el problema del transportista) y restricciones de caída de tensión (que no tiene ni el problema del agente viajero ni el del transportista). Otro de los inconvenientes de ambos problemas son los debidos a que el coste por unidad de longitud de las líneas que comparten una zanja es inferior que cuando van por trazados independientes, siendo este ahorro muy importante.

Dentro de los modelos basados en estos métodos heurísticos, se pueden destacar tanto los propuestos por Z. Bozić^[29,30], como los empleados en la obtención de la red de media tensión por Backlund^[37] y Ahlbom^[40] o propuestos en el modelo de expansión de Burkhardt^[74]. En todos ellos, se desprecian los costes de las pérdidas para la optimización de la red, considerándolas únicamente al evaluar su coste.

En la Tabla 3.2 se presenta un resumen de los trabajos, basados en métodos heurísticos, existentes en la bibliografía, con sus principales características.

Tabla 3.2 La planificación mediante modelos heurísticos

Autores	mod. heurí	sub ct	red	coste fijo	coste var.	restr. rad.	restr. tens.	tipo plan	etapas
Snelson ^[19]	iterat	----	cond	Sí	Sí	----	No	expans	estático
Yeh ^[25]	GA	----	ilum	Sí	No	Sí	No	nuevo	estático
Boziç ^[29]	VRP	----	mt	Sí	No	lazos	No	expans	estático
Carson ^[16]	ramas	----	bt	Sí	Sí	Sí	Sí	nue/exp	estático
Kaplan ^[80]	crecim	sub	---	Sí	No	Sí	No	nueva	estático
Crawford ^[53]	crecim	sub	---	Sí	Sí	Sí	No	nueva	estático
Holt ^[79]	crecim	sub	---	Sí	Sí	Sí	No	nueva	estático
Grimsdale ^[22]	crecim	ct	bt	Sí	No	Sí	Sí	nueva	estático
Sumic ^[26] [27]	crecim	ct	bt	Sí	No	Sí	Sí	nueva	estático
Boziç ^[30]	VRP	----	mt	Sí	No	lazos	No	expans	estático
Freund ^[28]	ramas	----	mt	Sí	No	lazos	No	expans	dinámi
Backlund ^[144,37]	VRP	----	mt	Sí	No	lazo	No	nue/exp	estático
Backlund ^[144,37]	ramas	----	bt	Sí	No	Sí	Sí	nue/exp	estático
Ahlbom ^[40]	VRP	----	mt	Sí	Sí	lazo	Sí	expans	estático
Aoki ^[59]	ramas	sub	mt	Sí	No	Sí	Sí	expans	estático
Nara ^[106]	ramas	sub	mt	Sí	No	Sí	Sí	expans	pseudo
Nara ^[65]	ramas	sub	mt	Sí	No	Sí	Sí	expans	estático
Carneiro ^[68]	ramas	sub	mt	Sí	Sí	Sí*	Sí*	expans	estático
Dengiz ^[73]	GA	----	com	Sí	No	mall	No	nueva	estático
Burkhardt ^[74]	TRP	Sub	---	Sí	No	----	----	expans	estático
Burkhardt ^[74]	ramas	----	mt	Sí	Sí	lazo	Sí	expans	estático
Goswami ^[82]	ramas	----	mt	No	Sí	Sí	Sí	operac	estático
Hasselfield ^[96]	SA	----	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	op/exp	estático
Jonnavithula ^[97]	SA	----	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	nueva	estático
Miranda ^[98]	EP	----	mt	----	----	----	----	----	dinámi
Bouchard ^[99]	ES	sub	----	No	Sí	Sí	No	nueva	estático
Rosado ^[100]	GA	sub	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	expans	estático
Ahlbom ^[40]	TRP	----	mt	Sí	No	lazos	Sí*	nue/exp	estático
Ahlbom ^[40]	ramas	----	bt	Sí	No	Sí	No	nue/exp	estático
Hsu ^[102]	ramas	sub	mall	Sí	No	Sí	No	exp/ope	estático
Glamocani ^[103]	ramas	sub	urba	Sí	Sí*	lazos	Sí	nueva	estático
Peponis ^[104]	ramas	sub	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	expans	dinámi
Goswami ^[105]	ramas	sub	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	nueva	estático
Carvalho ^[121]	ES	sub	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	expans	estático
Meckiff ^[23]	ramas	----	at	Sí		mall	Sí	nuevo	estático
Boardman ^[24]	ramas	----	at	Sí		mall	Sí	nuevo	estático
Míguez ^[122]	ES	sub	----	Sí	Sí	Sí	Sí	nu/exp	estático
Hongwai ^[33]	combin	sub	----	----	----	----	----	nueva	estático
Ramírez-Rosado ^[88,89,145]	multi-objetiv	sub	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	nue/exp	est/dina
Miranda ^[123]	GA	sub	mt	Sí	Sí	Sí	Sí	expans	dinámi

Modelos multiobjetivo

La falta de precisión o calidad de los datos y la inadecuada valoración de cada uno de los términos del coste, puede llevar a unos resultados muy alejados de la realidad^[92], para cualquier modelo de planificación empleado. La adecuada estimación de los datos permite mejorar los resultados, pero a la hora de evaluar términos como la calidad de suministro, es difícil saber si son o no los valores adecuados. Por otro lado, cuestiones urbanísticas, geográficas o atmosféricas, entre otras, no se pueden valorar en un coste dentro de la función a optimizar. En general, se debe dejar a criterio del planificador la opción de decidir entre un conjunto de soluciones para que tenga en cuenta dichos conceptos no evaluados. Para poder plantearle varias alternativas, lo que se emplean son modelos multiobjetivos, que dan como resultado un conjunto de soluciones en función de los diferentes parámetros considerados, de entre los que el planificador seleccionará la que considere mejor, en base a los parámetros no incluidos. Existen múltiples técnicas para resolver los modelos multiobjetivo^[145] (goal programming, the step method, hybrid ϵ -constraint-weighting method,...) que obtienen un conjunto de soluciones llamadas *soluciones no dominadas*. Dicho conjunto es el resultante de eliminar todas aquellas soluciones del modelo para las que siempre se puede encontrar otra mejor en todos y cada uno de los criterios considerados. Ramírez-Rosado^[88,89,145] ha propuesto múltiples modelos multiobjetivo que incluyen criterios de calidad de suministro, geográficos o ambientales. También Vladimiro Miranda^[123] propone su empleo junto con algoritmos genéticos para considerar los costes y la calidad de suministro.

3.6 Arquitectura de la red

Las redes de distribución tienen en general arquitecturas que son operadas radialmente, pero en unos casos el trazado de la red es radial y en otros es en lazo. En el caso de las redes rurales, independientemente de la tensión empleada, las redes son siempre radiales, pudiendo existir algún enlace entre las líneas principales de las redes de media tensión. En el caso de redes urbanas, normalmente, las redes de baja tensión son radiales, mientras que las redes de media tensión son en lazo. Existen redes urbanas de media tensión con arquitecturas malladas, pero en la mayoría de los casos se ha llegado a dicha configuración por las sucesivas modificaciones realizadas a lo largo del tiempo y no por ser considerada la configuración óptima. Estas redes tienen como

principal inconveniente, la dificultad en su operación de forma radial, tanto para optimizar pérdidas, como en caso de emergencia.

La mayoría de la bibliografía referente a modelos de planificación, tanto de expansión como de creación de red nueva, están dedicados a las redes radiales, siendo muy escasa la que se refiere al caso particular de redes en lazo^[28,29,30,37,40,74,127]. Esto no quiere decir que no sea importante, sino más bien que la dificultad es mayor, dadas las características de la arquitectura empleada. Todos los modelos basados en métodos de programación matemática que se han vistos en el apartado 3.5.1 se refieren únicamente a redes radiales, siendo una pequeña parte de los métodos heurísticos del apartado 3.5.2 los dedicados a las redes en lazo.

Por otro lado, los modelos que obtienen redes en bucle son modelos de expansión, generalmente basados en la resolución del problema del *múltiple agente viajero* (*multiple travelling salesman problem*) o de *múltiples vehículos de transporte* (*multiple vehicle routing problem*). En dichos modelos no es posible considerar directamente en la optimización cuestiones como los costes de pérdidas, las restricciones de caída de tensión o la posibilidad de compartir una zanja por varios conductores (con el consiguiente ahorro en el coste).

Únicamente Freund^[28] y Burkhardt^[74,127] consideran la posibilidad de compartir la zanja por dos conductores y, por tanto, conseguir una disminución en el coste, si bien, parece que únicamente lo tienen en cuenta cuando se refiere a los dos conductores que van a un mismo centro de transformación.

En muchos de los modelos no se considera el trazado real de las calles de la ciudad, obteniéndose un grafo muy simplificado de conectividades posibles que poco tienen que ver con la realidad. Para hacer una planificación adecuada es necesario tener una digitalización de la ciudad, con todas sus aceras y posibles trayectorias para la red, de forma que se pueda realizar una planificación más real^[37,52,26,27].

Por otro lado, muchas de las arquitecturas en lazo empleadas por las compañías eléctricas consideran centros de reflexión (huso, espiga, etc.), pero no se ha encontrado ninguna referencia bibliográfica que haga referencia ni a la forma de obtener su posible ubicación, ni tan siquiera que las considere para una posición prefijada.

3.7 Selección de conductores en redes radiales

Son muchos los algoritmos que emplean un tipo único de conductor, linealizando su coste. En estos casos, la red obtenida no da los conductores óptimos para dicha configuración, por lo que se puede mejorar la solución aplicando un algoritmo que busque los conductores para la topología conseguida. Dentro de los modelos de planificación, existen un conjunto de artículos dedicados a la obtención de la configuración óptima de los conductores, para una configuración de la red dada. Dichos modelos se pueden considerar modelos de expansión, puesto que para su ejecución es necesario conocer la red y la posición de los puntos de inyección. Los diferentes métodos de obtención de la sección de los conductores se pueden clasificar, en función de la restricciones impuestas a los puntos de cambio de sección, en dos grandes grupos:

- líneas con cambio de sección libre^[19,20,21]
- líneas con cambio de sección restringida a los nudos^[18,21,76,77,84, 143]

Una característica que es aplicada en muchos de los métodos se refiere a lo que en la bibliografía anglosajona se denomina *tapering conductor*, es decir, que los conductores situados aguas arriba (más próximos al punto de inyección) siempre tendrán secciones crecientes o iguales.

Hindi, Brameler y Haman^[21] presentan en el artículo dos modelos (uno de cada tipo). El primero con cambios de sección en el medio de las líneas, basado en un algoritmo de programación lineal y, el segundo con líneas de sección constante, basado en un algoritmo de programación mixta entera. El primero, ya había sido publicado por ellos anteriormente^[20].

El modelo presentado por Tram^[18] se basa en un algoritmo de programación dinámica, en el cual se van obteniendo los costes desde los nudos hoja hacia la raíz (punto de inyección). La exactitud del resultado depende de la precisión empleada en los cálculos. El modelo propuesto por Tram fue empleado por Salis^[84, 143] en un modelo de planificación que redimensiona toda la red, así como en otro modelo dinámico^[76,77] que permite determinar la etapa óptima del período en la que hay que reemplazar cada una de las líneas.

Capítulo 4

Propuestas de métodos para la planificación de redes de baja tensión

El diseño de la red de distribución de baja tensión necesaria para el suministro de energía eléctrica a un grupo de cargas distribuidas en un determinado área, no es algo independiente del resto de la red y función únicamente del valor de las cargas a conectar, sino que depende de factores como pueden ser la ubicación de las subestaciones, la arquitectura de la red de media tensión, cuestiones urbanísticas que restrinjan el diseño, etc. Es evidente que el diseño de la red de baja tensión, sin considerar todos estos factores, es un tema extenso y sin resolver hoy en día. En consecuencia, es preciso hacer las máximas simplificaciones posibles para poder contemplar de alguna forma sus efectos. Por tanto, se van a considerar como objetivos fundamentales para el diseño de la red de baja tensión, la obtención del trazado y sección de los conductores, la ubicación y dimensión de los centros de transformación, teniendo en cuenta la red de media tensión de forma simplificada.

La arquitectura de la red de baja tensión suele ser siempre radial, tanto en el caso de redes rurales como en el de redes urbanas, considerándose únicamente diferentes tipos de redes de baja tensión en lo que se refiere al tipo de instalación; pudiendo ser aéreas o subterráneas, siendo en el caso de las aéreas tanto tensadas como posadas. En lo referente a los centros de transformación, el tipo de instalación depende fundamentalmente de la potencia del transformador, siendo los de potencias bajas sobre poste (hasta 160 kVA), a pie de poste los medianos (250 kVA si la red de media tensión es aérea) y en caseta los restantes. Estas disposiciones coincidirán, normalmente, con las distribuciones en áreas rurales y urbanas, respectivamente.

Conocida la ubicación de las cargas, determinar la red óptima de distribución de baja tensión y la posición óptima de los centros de transformación es un problema sin resolver, por pertenecer al grupo de problemas de tipo NP. Existen diversas técnicas para obtener soluciones más o menos razonables, pero en general estos métodos (la mayoría están basados en técnicas de programación lineal y lineal mixta-entera) no se pueden aplicar a casos reales, debido al elevado número de cargas. Hay que tener en cuenta que por un lado la función de coste a minimizar no es lineal, puesto que se considerarán además del término debido a la inversión, términos como las pérdidas, mantenimiento, etc. sometida a las restricciones de capacidad y máxima caída de tensión admisible.

Para resolverlo, en esta tesis se proponen dos nuevos métodos que se aplicarán en diferentes casos en función de las características de las cargas que se quieren conectar. Aunque ambos métodos no garantizan el óptimo, sí dan pseudo-óptimos bastante aceptables, que permiten al planificador tener un buen punto de partida para el diseño definitivo de la red.

Ambos métodos se pueden clasificar, según se vio en el capítulo dedicado al estado del arte, como planes de nueva creación (*greenfield planning*) y estáticos (*una etapa*). El primero método es combinatorio y, aprovecha técnicas de programación dinámica para acelerar el proceso de cálculo. Su aplicación principal es en aquellos casos en que las cargas son grandes o están alejadas, de forma que el número de cargas conectadas a cada centro de transformación es reducido (inferior a 8 o 10). El segundo método es heurístico y se basa en un algoritmo evolutivo, el cual se puede emplear en cualquier caso, independiente del número de cargas que se conecten a cada centro de transformación.

Los dos métodos de obtención de la red de baja tensión parten del hecho de que las redes son siempre radiales y, por tanto forman un bosque. Teniendo esto en cuenta, existen uno o más árboles completos que conectan todas las cargas del sistema y que contendrán a la red óptima de baja tensión. En base a esta consideración se han desarrollado los dos nuevos métodos de optimización, cuyo espacio de estudio se reduce a calcular la red restringida a dichos árboles completos. En el método combinatorio se considera que el árbol de mínima distancia pertenece al conjunto de los árboles que contienen al óptimo global, realizando la búsqueda del óptimo dentro de dicho árbol. En el método heurístico, se parte del árbol de mínima distancia sobre el cual se va buscando el óptimo y, simultáneamente éste se va modificando con la intención de encontrar cualquiera de los árboles que realmente contienen a la solución óptima absoluta de la red.

En ambos métodos el procedimiento consiste en dividir el árbol completo, que se está empleando como espacio de soluciones, de forma que cada trozo del árbol o agrupación de cargas se corresponde con una red de baja tensión que va a ser alimentada desde un único centro de transformación, siendo las ramas existentes el correspondiente trazado de las líneas. Definidos los grupos o cortes, es preciso emplear un tercer algoritmo basado en técnicas de programación dinámica para obtener el coste de cada árbol de la red de baja tensión obteniendo simultáneamente la ubicación de los centros de transformación y los tipos de conductor óptimos de las líneas para la topología de dicho árbol. El método se desarrolla en el apartado 4.3.

Por otro lado, tanto al inicio de los dos métodos propuestos como a lo largo de las sucesivas iteraciones del procedimiento heurístico, se requiere conocer el árbol de mínima distancia. Debido a que las zonas en estudio pueden tener un gran número de cargas (cientos o miles de nudos), se ha desarrollado un algoritmo para la obtención de árboles de mínima distancia de gran dimensión, tanto en el caso de que el trazado del árbol sea libre, como en el caso de que dicho árbol esté restringido a un grafo. Dicho algoritmo se desarrolla en el apartado 4.4.

4.1 Método combinatorio

El primer método propuesto, ampliamente desarrollado en el capítulo 5, es un algoritmo combinatorio basado en una comprobación exhaustiva de todas las posibles soluciones de la red de baja tensión sobre un grafo prefijado, que generalmente será el árbol de mínima distancia. El método consiste en calcular todas las combinaciones posibles de agrupaciones de cargas, considerando como red de baja tensión a las ramas del árbol que forman parte del grupo y, determinar cual es el conjunto de grupos con el menor coste, que incluye a todas las cargas. Para obtener las agrupaciones y determinar la agrupación óptima, se van a emplear técnicas de programación dinámica, de forma que se reduzca al máximo el número de cálculos realizados, y se evite el cálculo de aquellos casos que a priori se sabe que son infactibles.

La primera referencia sobre la aplicación de un algoritmo de programación dinámica para la obtención de los grupos de coste óptimo, que componen un

árbol completo, fueron presentadas por Polyméris en 1978^[135]. El problema planteado consistía en, determinar la red de tuberías para aguas residuales y el número de depuradoras, dado un grupo de núcleos de población. Las diferencias fundamentales con el método propuesto por Polyméris se refieren a la forma de realizar la búsqueda de los grupos factibles y al manejo de los resultados de cada grupo, para evitar la repetición de cálculos.

La solución buscada está restringida a un espacio de soluciones que es el árbol de mínima distancia, lo que implica que no se puede garantizar que sea la óptima, si ésta no pertenece al árbol mínimo. Lo que si se garantiza es que la solución obtenida es la solución óptima restringida a la topología de dicho árbol. Evidentemente no es estrictamente necesario realizarlo sobre el árbol de mínima distancia, pero en general es un árbol que da muy buenos resultados, dado que en general las redes entre núcleos de población conectan siempre a un núcleo con los más cercanos.

El principal problema de este método es que no se obtiene ningún resultado hasta que finaliza la ejecución del algoritmo y, si por las características de la distribución de las cargas, el proceso requiriese un tiempo de cálculo muy elevado, no es posible obtener una solución parcial o próxima a la óptima. De todos modos, un análisis previo de los datos permite decidir si es o no factible la ejecución de dicho algoritmo sobre un sistema de cargas, en cuyo caso se aplicaría el método heurístico.

Debido a que es un método combinatorio, su aplicación principal es para aquellos problemas en los que el número de combinaciones posibles sea lo menor posible. En general, este tipo de problemas son todos aquellos en los que los grupos factibles (los que cumplen las restricciones impuestas de caídas de tensión y límites de capacidad) estén formados por muy pocos elementos. En el caso particular de baja tensión un grupo factible se refiere a una agrupación de cargas que pueden ser alimentadas desde un mismo punto de inyección mediante una red de baja tensión común. Si se consideran como cargas cada uno de los clientes de una determinada zona, el número de cargas alimentadas desde un centro de transformación puede ser superior a 100 y, por tanto, las combinaciones de elementos serían excesivas. Sin embargo, si el problema a resolver considera como cargas a entidades superiores al cliente, como por ejemplo, las entidades singulares de población, núcleos de población o cualquier otro conjunto de cargas agregadas, el número de cargas alimentadas desde un mismo punto de inyección será de 4 o 5, siendo el número de combinaciones mucho menor que en el caso anterior^[147, 148]. En consecuencia, el tiempo de ejecución del algoritmo es directamente proporcional al número de

cargas que forman el sistema, y exponencial respecto al número de cargas conectadas a cada punto de inyección. Una muestra de la importancia de ambos factores es que en un sistema de 10.000 cargas en que la solución obtenida contiene algo más de 2.000 centros de transformación tarda en ejecutarse menos de 10 minutos, mientras que para 200 cargas con 5 centros de transformación se requieren más de 2 días de ejecución. Para su explicación se van a emplear núcleos de población, en base al modelo Planer del apéndice C.

4.2 Método heurístico

El segundo método propuesto, desarrollado en el capítulo 6, se basa en un algoritmo perteneciente al grupo denominado estrategias de evolución^[132] del tipo $(\mu+\lambda)$ -EE (ver apéndice A). Dicho algoritmo no es una estrategia de evolución convencional, debido a que la codificación no es real. Sin embargo, se puede considerar perteneciente a dicho grupo por tener en común con dichos algoritmos la autoadaptación del operador de mutación y una selección elitista de los individuos. El método consiste en obtener las agrupaciones de cargas conectadas en baja tensión, mediante el troceado de un árbol, tal que cada grupo tiene un único punto de inyección. La codificación representa a las ramas que no pertenecen a la red y el espacio de soluciones puede ser un árbol o un grafo mallado. En cada generación, se tendrá un espacio de soluciones particular, que será un árbol completo y que inicialmente será el árbol de mínima distancia. Además se tendrá un conjunto de individuos de la población que representarán diferentes soluciones (ramas del árbol pertenecientes y no pertenecientes a la red de baja tensión) sobre las que se aplican operadores genéticos de cruce y mutación para obtener nuevos individuos que mejoren a sus predecesores. A lo largo de las sucesivas generaciones se va modificando dicho árbol, de forma que se obtengan árboles diferentes, pertenecientes al grafo inicial de partida, en busca de uno que contenga a la solución óptima.

La aplicación del método heurístico es más general que el método combinatorio comentado en el apartado 4.1, dado que no se exigen condiciones referentes al número máximo de cargas que se pueden conectar a un mismo punto de inyección. A pesar de esto, su aplicación principal es en aquellos casos en que el número de cargas por punto de inyección es elevado, dado que en caso contrario, el método combinatorio garantiza la solución óptima, al menos restringida al árbol seleccionado. En general se puede aplicar para resolver la red de baja tensión dentro de los núcleos de población, tanto rurales como

urbanos, conocidas las coordenadas de cada cliente y su potencia. El conocimiento de datos urbanísticos como pueden ser la trayectoria de las calles, la existencia de aceras, la ubicación de otras redes de distribución (agua, gas, etc.) permiten en el caso de las redes urbanas, obtener redes con bastante detalle.

La ventaja fundamental de este método es que el proceso se puede dejar evolucionar hasta que se considere razonable, teniendo en cada instante una solución que será mejor cuanto más tiempo de ejecución haya pasado. Esta ventaja no la ofrece ni el modelo combinatorio ni ninguno de los modelos clásicos basados en métodos de programación matemática vistos en el capítulo dedicado al estado del arte.

El inconveniente principal, característica general de todos los algoritmos evolutivos, es que no se puede saber cuando se ha alcanzado el óptimo, ni cuanto de lejos se está de él. Por lo tanto, se puede pensar que una red es buena sin serlo, si las condiciones de ejecución no son las adecuadas.

4.3 Optimización de una red de baja tensión con un único punto de inyección

Los dos métodos de optimización de la red de baja tensión presentados en los apartados 4.1 y 4.2, se basan en buscar las agrupaciones formadas cada una de ellas por una red de baja tensión que alimenta desde un único punto de inyección a todas las cargas del grupo. En ambos métodos es preciso evaluar el coste de cada agrupación, definido por un árbol que pertenece al árbol completo.

En este apartado se propone un algoritmo que permite obtener, para un conjunto de cargas y un árbol dado, la posición del punto de inyección y el tipo de conductores de la rama, de forma que el coste del árbol sea mínimo, cumpliendo las restricciones de caída de tensión máxima admisible y límite de capacidad impuestas. Este algoritmo es aplicable tanto al caso de redes de baja tensión con centros de transformación MT/BT, como a redes de media tensión con subestaciones de AT/MT, pero para la explicación se va a hacer referencia únicamente al caso de baja tensión.

El problema de determinar los conductores óptimos para una topología de la red conocida y con la posición del punto de inyección fijo fue resuelto por diversos autores^[19,20,21,18] con diferentes características de diseño. Básicamente hay dos grandes grupos, el primero correspondiente a aquellos métodos que permiten el cambio de sección en un punto intermedio entre dos nudos^[19,20,21] y el segundo que consiste en forzar a que cada tramo de la red tenga un único conductor^[21,18]. La primera técnica no se considera la más adecuada para un diseño real, puesto que no parece lógico modificar el tipo de conductor en el medio de un tramo de línea, entre otras razones por cuestiones técnicas, ya que implicaría realizar empalmes en el medio de las catenarias de un tendido aéreo. En la realidad los cambios de sección siempre se realizan en puntos de bifurcación aprovechando el hecho de que siempre va a ser necesario realizar empalmes. Dentro de este segundo tipo, el método propuesto por Tram y Wall^[18] basado en un método de programación dinámica permite obtener la combinación óptima de conductores para todas las tramos de una red conocidas la carga, la topología de la red y la posición del centro de transformación. El método propuesto en este capítulo se basa en una generalización de dicho método, de forma que, resolviendo todas las ramas al mismo tiempo y, dejando la posición del punto de transformación libre hasta el final del proceso, se pueden obtener simultáneamente la posición óptima del centro de transformación y los conductores óptimos de toda la red.

Dado que el método propuesto no está pensado para utilizar aisladamente, sino que está enfocado para ser integrado en otros algoritmos de planificación, puede no ser necesario exigir todas las restricciones impuestas al caso general. Es por ello, por lo que en el apartado 4.3.3 se tratan los casos particulares en los que no se exige el cumplimiento de la restricción de caída de tensión, cuando se emplea un único conductor, cuando se dan ambas circunstancias o si se fuerza a que el centro de transformación solo pueda situarse en un nudo y no en un punto intermedio de una rama.

Una red de baja tensión radial conexa (con un único punto de inyección) se puede modelar como un árbol $A=(N,R)$ donde

N	denota el conjunto de nudos del árbol.
R	$\{ (i,j) / i, j \in N \}$ es el conjunto de ramas del árbol.
(i,j)	es la rama que une los nudos i y j .
$T_{i,j}$	es el conjunto de tipos de conductor considerados para la rama (i,j) .
$AD(i)$	$\{ j \in N / \exists (i,j) \in R \}$ es el conjunto de nudos adyacentes al nudo i .
$IN(i)$	$\{ (i,j) / j \in AD(i) \}$ es el conjunto de ramas incidentes en i .
$d_{i,j}$	longitud de la rama (i,j) .

$I_{i,j}$	intensidad que circula por la rama (i,j) en el sentido de i a j .
ΔU_{lim}	máxima caída de tensión admisible en la red.
$A_{i-(i,j)}$	subárbol de A situado del lado del nudo i respecto a la rama (i,j) .
$P(A_{i-(i,j)})$	Potencia total del subárbol $A_{i-(i,j)}$.
Δu^t	caída de tensión por unidad de longitud e intensidad con el conductor de tipo t .
$\Delta u^t_{i,j}(I_{i,j})$	caída de tensión total de la rama (i,j) con el conductor de tipo t al circular la intensidad $I_{i,j}$.
c^t_{inv}	coste unitario de inversión del conductor de tipo t .
c^t_{perd}	coste unitario de pérdidas del conductor de tipo t .
$c^t_{i,j}(I_{i,j})$	coste total de la rama (i,j) con el conductor de tipo t al circular la intensidad $I_{i,j}$.
$C_{i-(i,j)}(\Delta u)$	coste de inversión más pérdidas del subárbol $A_{i-(i,j)}$ con una caída de tensión máxima de Δu .
X_{CT}	posición óptima del centro de transformación, $X_{CT} \in A$.

4.3.1 Algoritmo de programación dinámica

Mediante el método propuesto por Tram y Wall^[18] basado en un algoritmo de programación dinámica, si se conoce la topología de la red, el valor de las cargas y la posición del centro de transformación, es posible obtener la sección óptima de todos los conductores. El algoritmo de programación dinámica permite obtener el coste de la red situada aguas abajo de un nudo en función de los valores ya obtenidos de igual forma para sus nudos hijos (nudos adyacentes situados aguas abajo).

En el método propuesto, la diferencia es que no se conoce la posición del centro de transformación y, por tanto, no se puede definir que es un nudo situado aguas abajo o aguas arriba, dado que ambas expresiones son relativas a la posición del centro de transformación. La forma de resolverlo va a consistir básicamente en calcular los valores para cada nudo teniendo en cuenta todas las posibles direcciones en las que se puede encontrar el centro de transformación y, cuya cantidad es igual al número de ramas incidentes al nudo en estudio. A continuación será necesario determinar cual es la posición óptima del centro de transformación y deshaciendo los cálculos se obtendrán las secciones óptimas de los conductores para dicha posición, calculándolos de igual forma que en el método de Tram y Wall.

El coste de la red de baja tensión para una posición del centro de transformación, X_{CT} , es igual a la suma de los costes de las redes correspondientes a cada una de las salidas del centro de transformación (cada uno de los subárboles en que divide el centro de transformación al árbol) y su posición óptima será aquella cuyo coste total sea mínimo, pudiendo estar situado tanto en un nudo del árbol, como en un punto intermedio de una rama.

Dado el árbol A de conexiones entre todos los nudos (cargas) del conjunto N , se definen para cada nudo i del árbol tantos subárboles $A_{i-(i,j)}$ como ramas incidentes tiene dicho nudo y, que se corresponden con la parte del árbol situada del lado del nudo i respecto a la rama (i,j) .

$$A_{i-(i,j)} = \{k \mid j \notin Tr(k,i), \forall k \in N\} \quad (4.1)$$

Todo subárbol del árbol A se puede definir como la unión de otros subárboles menores contenidos por él, correspondientes a los subárboles definidos por las restantes ramas incidentes al nudo i .

$$A_{i-(i,j)} = \bigcup_{\substack{k \in AD(i) \\ k \neq j}} \{A_{k-(k,i)} \cup (k,i)\} \quad (4.2)$$

siendo los últimos subárboles que se pueden definir los compuestos por los nudos hoja. Por tanto, todo subárbol $A_{i-(i,j)}$ se crea de forma recursiva a partir de los nudos hoja que contiene añadiéndole las ramas hasta el nudo i que lo define.

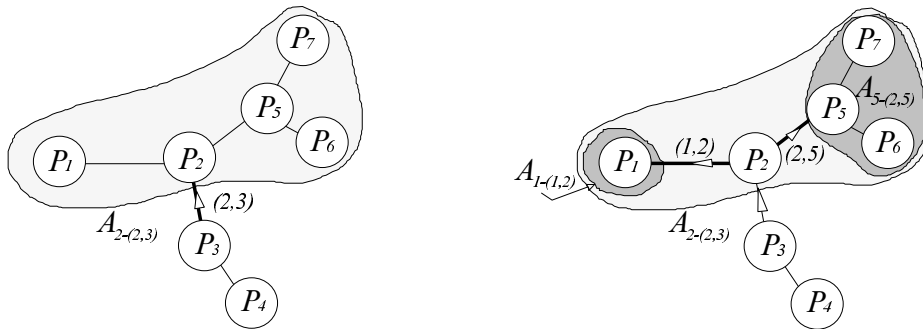


Figura 4.1 Ejemplo de un subárbol y los dos subárboles que lo componen

Conocidos los valores de todas las cargas, se pueden calcular las intensidades circulantes, para cualquier rama (i,j) del árbol A , en un sentido $I_{i,j}$ o en el otro $I_{j,i}$, en función de que el centro de transformación se sitúe a un lado u otro. Conocidas las intensidades, $I_{i,j}$ y la longitud de la línea, $d_{i,j}$, se pueden obtener los valores de la caídas de tensión en la rama $\Delta u_{i,j}^t(I_{i,j})$ y sus costes $c_{i,j}^t(I_{i,j})$, para los diferentes tipos de conductores, t , que se empleen y ambos sentidos de la intensidad.

$$c_{i,j}^t(I_{i,j}) = (c_{inv}^t + c_{perd}^t \cdot I_{i,j}^2) \cdot d_{i,j} \quad (4.3)$$

$$\Delta u_{i,j}^t(I_{i,j}) = \Delta u^t \cdot I_{i,j} \cdot d_{i,j} \quad (4.4)$$

El intervalo de utilización de un tipo de conductor será para los valores de intensidad comprendidos entre cero amperios y su *límite económico* (ver apéndice B) correspondiente a los tramos en línea continua en el ejemplo de la figura 1.2. El conductor óptimo por coste provoca caídas de tensión superiores en las líneas que si se emplean conductores de secciones mayores, lo que implica que cuando no se cumplen las restricciones de caída de tensión puede ser necesario instalar conductores de mayor sección y coste, que el óptimo por coste, para no superar los límites de caída de tensión permitidos.

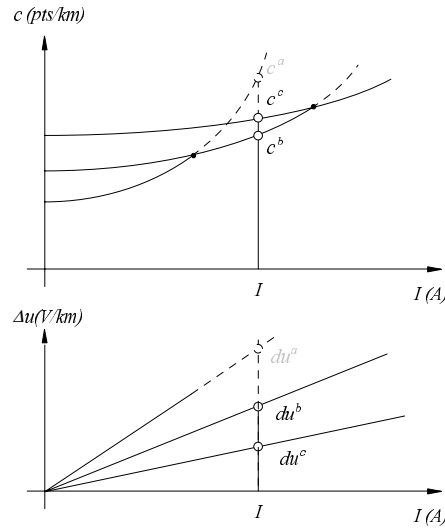


Figura 4.2 Curvas de costes y caídas de tensión por unidad de longitud para diferentes conductores

Coste de un subárbol en función de la caída de tensión

Se define como coste de un subárbol $A_{i-(i,j)}$ al coste de inversión más pérdidas correspondiente al alimentar el subárbol a través del nudo i que lo define. El coste del subárbol no es único, puesto que es función de los tipos de conductores empleados para cada una de las ramas que forman el subárbol. Las diferentes configuraciones de conductores empleadas provocarán diferentes caídas de tensión y, por tanto, diferentes valores de la máxima caída de tensión en el subárbol. Por ello, se pueden asociar los diferentes valores de costes de un subárbol con la máxima caída de tensión en el subárbol, definiéndose $C_{i-(i,j)}(\Delta u)$ como el mínimo coste obtenido para el subárbol $A_{i-(i,j)}$ con una caída de tensión de valor Δu .

El valor del coste $C_{i-(i,j)}(\Delta u)$ de un subárbol $A_{i-(i,j)}$ se puede obtener a partir de los costes de los subárboles que contiene, de igual forma que se obtiene el subárbol como unión de subárboles (ecuación 4.2), como la suma de los costes de los subárboles más el de las ramas que los une. En función de las diferentes configuraciones de conductores de los subárboles y las ramas, la caída de tensión en el primer subárbol tomará diferentes valores, Δu .

$$C_{i-(i,j)}(\Delta u_r) = \sum_{\substack{k \in AD(i) \\ k \in A_{i-(i,j)}}} \left(\min_{\substack{t \in T_{i,j} \\ \forall s}} \left\{ C_{k-(i,k)}(\Delta u_s) + c_{i,k}^t(I_{i,k}) \right\} \right) \quad (4.5)$$

$$\text{---} / (\Delta u_s + \Delta u_{i,k}^t(I_{i,k})) \leq \Delta u_r$$

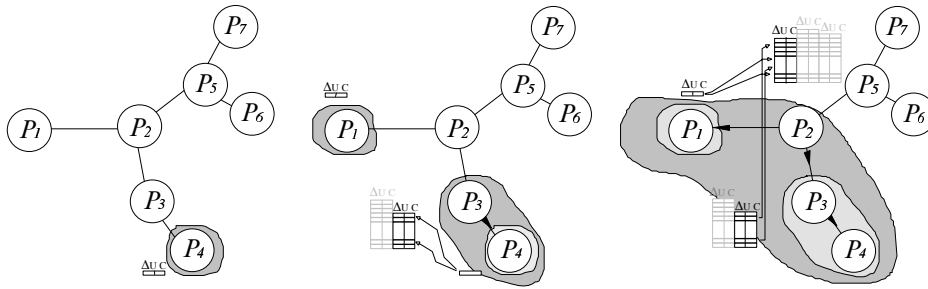


Figura 4.3 Tabla de “caída de tensión/coste” de un subárbol en función de las tablas de los subárboles que contiene

En el caso particular de que el subárbol sea un nudo hoja, no existe caída de tensión en el subárbol y el coste es igual a cero. Para los restantes subárboles, será preciso obtener todas las combinaciones de "caída de tensión/coste", mediante la ecuación 4.5 almacenándolas en una tabla (ver figura 4.3). A cada nudo será necesario asociarle tantas tablas como ramas inciden en él, es decir, una tabla por cada subárbol definido por las ramas incidentes al nudo (ver figura 4.4).

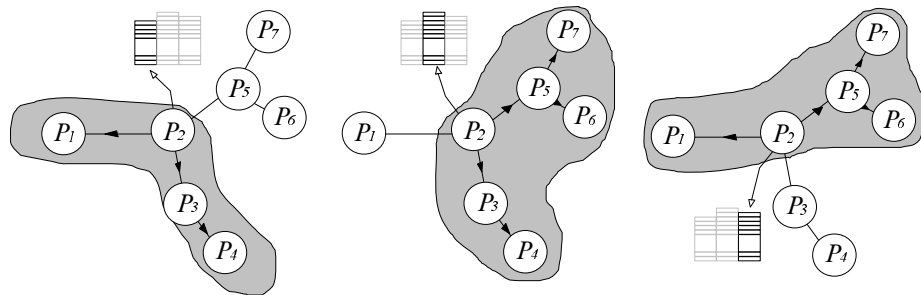


Figura 4.4 Tablas de "caída de tensión/coste" de los subárboles asociados al nudo 2

Las tablas de "caída de tensión/coste" asociadas a cada subárbol, van a permitir conocer el coste de una parte de la red sin tener que recalculer múltiples veces dicha zona, puesto que siempre que el centro de transformación esté situado en un punto no perteneciente a dicho subárbol, sus costes y caídas de tensión van a ser los de la tabla.

Obtención del óptimo a partir de los costes de los subárboles

La posición óptima del centro de transformación puede ser en cualquier punto del árbol, no siendo necesariamente en un nudo del árbol. Por lo tanto, es preciso obtener el coste mínimo de alimentar un subárbol $A_{x-(i,j)}$ definido por un punto x intermedio de una rama (i,j) situado del lado del nudo i (definido por el segmento (i,x)). Dicho coste será igual al menor de los valores que cumpla la restricción de máxima caída de tensión admisible, obtenidos al sumar los costes del subárbol definido por el extremo de la rama $A_{i-(i,j)}$ y los correspondientes al segmento (i,x) para los diferentes tipos de conductor.

$$C_{x-(x,j)} = \min_{\substack{t \in T_{i,j} \\ \forall s}} \left\{ C_{i-(i,j)}(\Delta u_s) + c_{i,x}^t(I_{x,i}) \right\} / \Delta u_s + \Delta u_{i,x}^t(I_{x,i}) \leq \Delta U_{lim} \quad (4.6)$$

El coste de un subárbol definido por un punto que no es un nudo del árbol solo se calcula para el caso de máxima caída de tensión, ya que los restantes valores para diferentes caídas de tensión no son necesarios. En el caso de los subárboles definidos por nudos del árbol, se calculaban los valores para diferentes caídas de tensión para poder obtener los subárboles de mayor dimensión que los contiene.

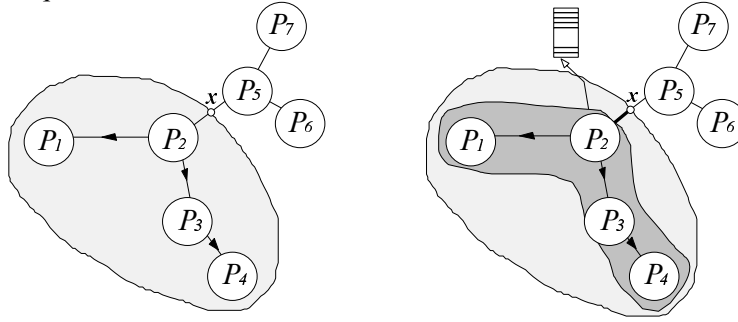


Figura 4.5 Subárbol definido por un nudo intermedio de una rama

El coste mínimo de alimentar todo el árbol A desde un punto x intermedio de una rama, es igual a la suma de los costes de los dos subárboles que define

$$C_{i,x,j} = C_{x-(x,j)} + C_{x-(x,i)} \quad / \quad x \in (i,j) \quad , \quad (i,j) \in R \quad (4.7)$$

y, por tanto, el coste óptimo del árbol C_A es el mínimo absoluto para todas las posibles posiciones x de entre todas las ramas del árbol.

$$C_A = \min \left\{ C_{i,x,j} \quad / \quad \forall (i,j) \in R \quad , \quad \forall x \in (i,j) \right\} \quad (4.8)$$

El punto para el que se obtiene dicho valor mínimo del coste es la posición óptima del centro de transformación es

$$X_{CT} = \left\{ x \quad / \quad x \in (i,j) \quad , \quad (i,j) \in R \quad , \quad C_A = C_{i,x,j} \right\} \quad (4.9)$$

4.3.2 Técnicas para acelerar el proceso

Se ha determinado que tiene que cumplir el punto óptimo de ubicación del centro de transformación y cual es el coste mínimo de la red, cumpliendo las restricciones de caída de tensión. El problema es que su obtención requiere el cálculo de todas las tablas de “caída de tensión/costes” para cada uno de los subárboles y los valores a lo largo de todas las ramas del árbol.

El principal problema de calcular todas las combinaciones posibles de "caída de tensión/coste" para todos los subárboles es que, al crecer el número de ramas del árbol, el número de posibilidades crece exponencialmente, lo que puede hacer impracticable su resolución. Por otro lado, el cálculo de los valores en cada una de las ramas requiere plantear un algoritmo de optimización de difícil resolución, que haría inviable el método empleando métodos tradicionales de optimización. En este apartado se van a presentar diferentes técnicas que van a permitir resolver el problema de una forma sencilla y rápida sin pérdida de generalidad.

Discretización de la caída de tensión

Dado que el número de parejas “coste-caída de tensión” que forman una tabla asociada a un subárbol crece exponencialmente con el número de nudos que lo forman, es necesario discretizar dichos valores, de forma que todos aquellos de un valor muy próximo se asimilen a un mismo valor. El parámetro seleccionado para ser discretizado es la caída de tensión dentro del subárbol, siendo el coste acumulado para cada intervalo el menor de los pertenecientes a él. Realizando esta discretización, se consigue

- reducir a un número fijo N el número de intervalos en cada subárbol, obteniéndose una mayor o menor precisión en el resultado en función del valor de N .
- las tablas “caída de tensión/coste” solo tendrán una columna, dado que los valores de la columna de tensiones es fija.

Para obtener la tabla de cada subárbol $A_{i-(i,j)}$ se determinarán previamente los límites máximos y mínimos de las caídas de tensión (ver apartado 4.3.2), con lo que si se consideran N intervalos, la dimensión de cada intervalo será $\delta u_{i-(i,j)}$

$$\delta u_{i-(i,j)} = \frac{\Delta u_{i-(i,j)}^{max} - \Delta u_{i-(i,j)}^{min}}{N} \quad (4.10)$$

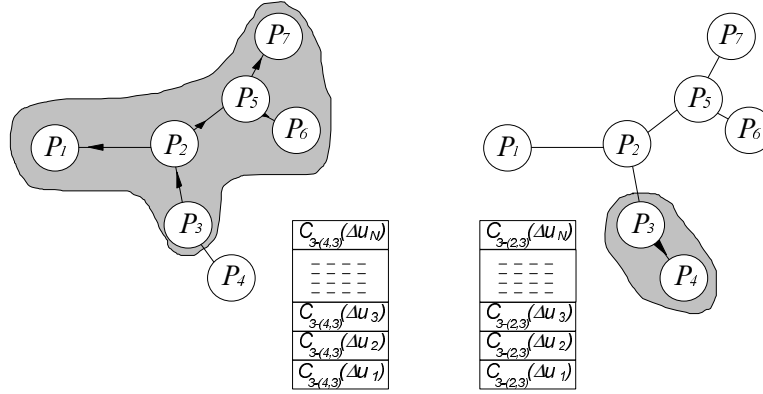


Figura 4.6 Discretización de las tablas de “caída de tensión/coste”

y el valor del coste en el intervalo k se obtendrá mediante la ecuación 4.5, tal que la caída de tensión sea menor o igual a la mayor permitida en el intervalo.

Discretización de las ramas

Conocidas las tablas de “caídas de tensión/costes” de los subárboles definidos por los extremos de una rama, el cálculo del coste óptimo de alimentar la red desde un punto cualquiera de la rama es muy sencillo aplicando la ecuación 4.7 y, realizando un barrido a lo largo de toda la rama, se puede obtener la posición óptima dentro de la rama. Sin embargo, si se intenta plantear el problema de optimización en una rama mediante un modelo clásico, debido a la existencia de múltiples tipos de conductores y a los diferentes escalones de caída de tensión de los subárboles de los extremos, es imposible su resolución. Por lo tanto, es necesario realizar el cálculo discreto a lo largo de la rama, procurando que las distancias entre cada dos puntos consecutivos, δd , analizados sean lo menores posibles. Dado que se está calculando la posición de un centro de transformación, el cálculo de puntos cada 10 metros o menos es más que suficiente, frente a lo que es la dimensión de una red de baja tensión.

El número de intervalos a calcular en cada rama no es fijo, sino que lo será la distancia entre puntos calculados, siendo $n_{i,j}$ el número de valores calculados en la línea.

$$n_{i,j} = \text{redond}\left(\frac{d_{i,j}}{\delta d} + 0'5\right) \quad (4.11)$$

Límites superior e inferior de las caídas de tensión y costes

A continuación se va a analizar como evolucionan los límites superiores e inferiores de las caídas de tensión y de los costes, tanto para el caso de los subárboles como para el caso de alimentar toda la red desde los diferentes puntos de la red, con la intención de justificar los métodos de búsqueda del óptimo que se propondrán al final del apartado.

Lo primero que se va a tener en cuenta es, que para cualquier rama por la que circula una intensidad y en función del conductor empleado

- el límite superior del coste de dicha rama corresponde a emplear el conductor de mayor sección, lo que implicará simultáneamente el límite inferior de caída de tensión en ella
- el límite inferior del coste corresponde a emplear el conductor de menor sección (de entre los que tienen un *límite económico económico* superior a la intensidad circulante), lo que implica simultáneamente el límite superior de caída de tensión en dicha rama.

proposición 1

“El coste y la caída de tensión en el segmento (i,x) al alimentar un subárbol situado en el nudo i de una rama (i,j) son crecientes linealmente con la longitud del segmento d(i,x) para un tipo de conductor fijo”.

demonstración

Como se puede ver a partir de las ecuaciones 4.3 y 4.4, tanto el coste como la caída de tensión en una rama son directamente proporcionales a su longitud y dado que la intensidad circulante por el segmento es fijo, por no existir cargas intermedias entre los nudos *i* y *j*, y el tipo de conductor es fijo, los valores son linealmente crecientes con la distancia entre *i* y *x*.

En función del tipo de conductor, se tendrá una mayor o menor pendiente de las rectas de costes y caídas de tensión y, por tanto, se tiene un área entre las rectas de mínimo y máximo coste y de máxima y mínima caída de tensión (ver figura 4.7) donde se encuentran todas las posibles soluciones. Dado que pueden existir restricciones de caída de tensión máxima admisible, el límite superior puede estar truncado, lo que se corresponderá con un área equivalente en la superficie de costes que no son factibles (ver figura 4.7).

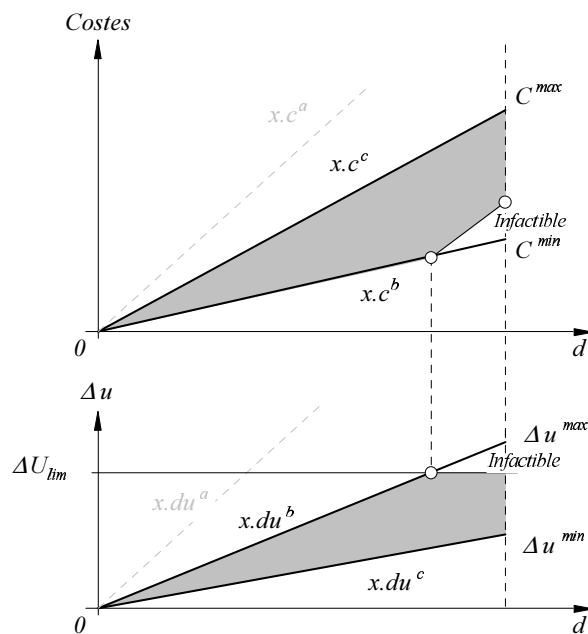


Figura 4.7 Superficie de costes posibles para la intensidad circulante de la figura 4.2

Conocidos los límites de los costes de cada línea, para ambos sentidos de la intensidad, se pueden obtener los límites superior e inferior de los costes acumulados de alimentar el subárbol (definido por el nudo hacia el que circula la intensidad más dicha rama) como la suma de los máximos y mínimos, respectivamente, de todas las ramas que lo forman.

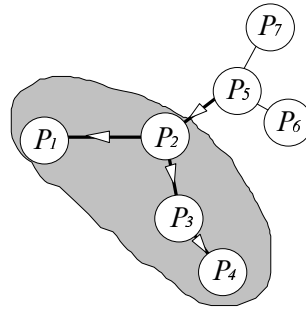


Figura 4.8 Subárbol $A_{2-(2,5)}$ de 4 nudos del árbol A de 7 nudos

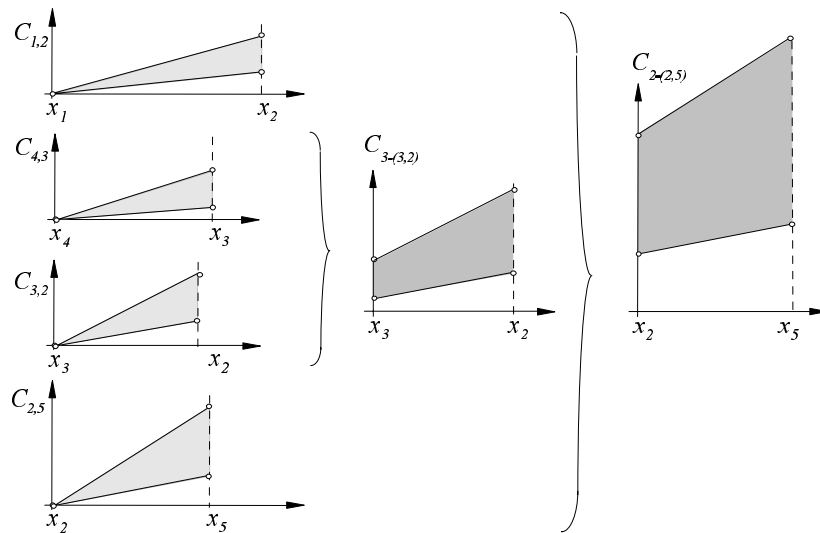


Figura 4.9 Superficies de costes factibles de las ramas (gris claro) y acumulados los subárboles (gris oscuro) del ejemplo de la figura 4.8

Los límites superior e inferior de las caídas máximas de tensión del subárbol incluyendo el correspondiente tramo de línea, se obtendrán sumando las de las ramas situadas aguas abajo, seleccionando en los nudos de bifurcación, las mayores de entre los máximos y las mayores de entre los mínimos, respectivamente.

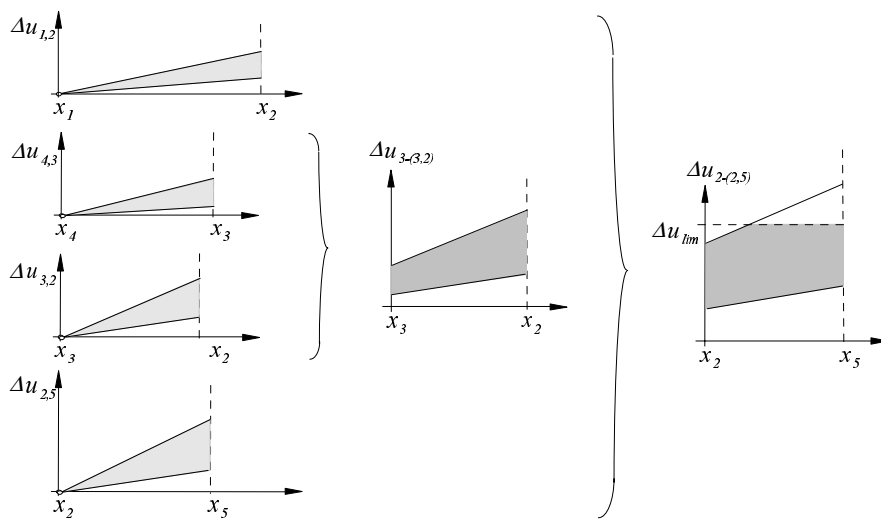


Figura 4.10 Superficies de caídas de tensión de las ramas (gris claro) y acumuladas de los subárboles (gris oscuro) del ejemplo de la figura 4.8

Determinadas las franjas de costes y de caídas de tensión acumuladas de cada rama para los subárboles situados a ambos lados, se tiene dos límites superiores y dos inferiores de costes acumulados para cada rama del árbol.

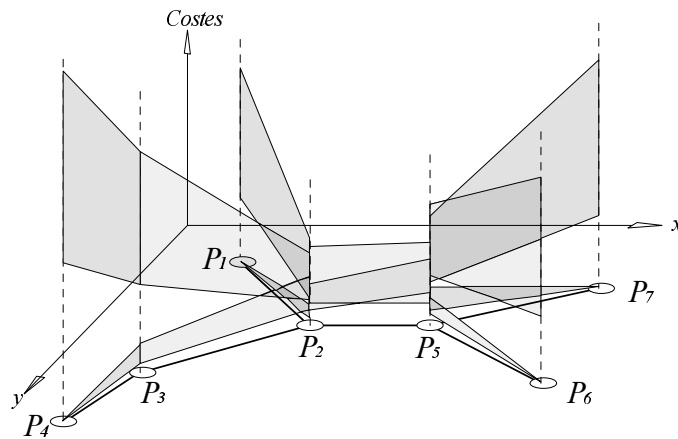


Figura 4.11 Superficies de costes acumulados de los dos subárboles situados a ambos lados de cada punto en el ejemplo de la figura 4.8

Proposición 2

“Los costes de alimentar dos cargas desde diferentes posiciones a lo largo de la rama que los une, si no se consideran restricciones de caída de tensión, es lineal”.

Demostración

$$\text{sean: } \begin{cases} k_i = (c_{inv}^{t_i} + c_{perd}^{t_i} \cdot I_i^2) = cte > 0 \\ k_j = (c_{inv}^{t_j} + c_{perd}^{t_j} \cdot I_j^2) = cte > 0 \end{cases}$$

donde t_i y t_j son los tipos de conductores seleccionados para los tramo de línea (i,x) y (x,j) respectivamente e I_i , I_j son las intensidades circulantes hacia las cargas de i y j respectivamente. El coste de alimentar desde un punto cualquiera x a ambas cargas, aplicando la ecuación 4.3 es:

$$\begin{aligned} C_x &= (c_{inv}^{t_i} + c_{perd}^{t_i} \cdot I_i^2) \cdot d_{x,i} + (c_{inv}^{t_j} + c_{perd}^{t_j} \cdot I_j^2) \cdot d_{x,j} = \\ &= k_j \cdot d_{i,j} + (k_i - k_j) \cdot d_{x,i} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Si el coste por unidad de longitud del conductor que alimenta a la carga i es mayor que el de la carga j , es creciente al alejarse el centro de transformación del nudo i y, en caso contrario será decreciente. Exceptuando razones debidas a restricciones de caída de tensión, un mayor valor coste equivale a mayor intensidad y sección del conductor.

Dicha proposición se puede generalizar si en lugar de haber dos nudos en los extremos hay dos subárboles, puesto que el coste de alimentar el árbol completo es igual al coste de ambos subárboles (que es fijo) más el de la rama, C_x , que no depende de ellos más que en el valor de las intensidades.

$$\begin{aligned} C_{A_x} &= C_{i-(i,j)} + C_x + C_{j-(i,j)} = \\ &= C_{i-(i,j)} + C_{j-(i,j)} + k_j \cdot d_{i,j} + (k_i - k_j) \cdot d_{x,i} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Cuando no se consideran las restricciones de caída de tensión, el coste es linealmente creciente al alejarse del mayor subárbol de los extremos, por lo

que, la posición mejor, restringida a la rama, es en el extremo de la rama que está el mayor subárbol.

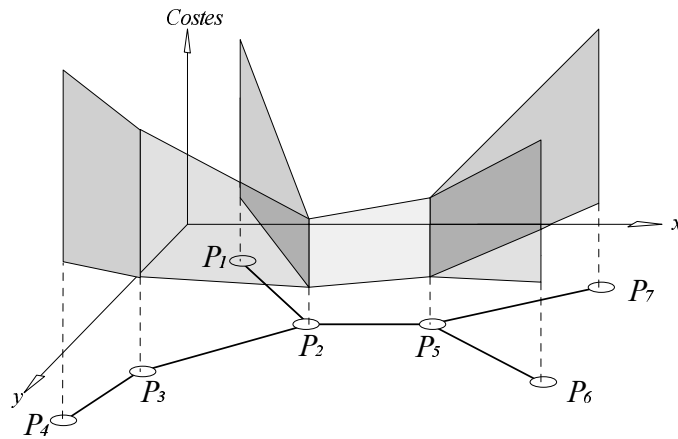


Figura 4.12 Superficies de costes para las diferentes posiciones del centro de transformación del ejemplo de la figura 4.8

El coste de alimentar el árbol completo desde un punto de una rama tiene como límites inferior y superior a la suma de los mínimos y máximos de ambos valores, siendo los límites de las caídas de tensión el mayor de los máximos y el mayor de los mínimos en cada punto.

Proposición 3

“Las curvas de costes de alimentar el árbol desde cualquier punto a lo largo de él, sin considerar restricciones de caída de tensión, son convexas”

Demostración

La pendiente de la recta es mayor cuanto más diferencia existe entre las dos intensidades de rama (ver ecuación 4.13), o lo que es lo mismo, cuanto más desequilibradas sean las cargas situadas en ambos extremos de la rama.

Dada una rama (i,j) cualquiera del árbol, las ramas (j,k) situadas del lado del nudo de mayor coste j , tendrá pendientes superiores a la de la (i,j) , siendo inferiores las pendientes de las ramas (l,i) situadas del lado contrario, pudiendo pasar a tener signo negativo. Es evidente que si la rama (i,j) tiene pendiente positiva, quiere decir que la intensidad $I_{j,i}$ es mayor que la $I_{i,j}$ y por tanto la carga situada en el subárbol $A_{i-(i,j)}$ es mayor que la situada en el $A_{j-(i,j)}$. Para cualquier rama (j,k) la carga situada en el subárbol

$A_{k-(j,k)}$ será menor que la situada en el $A_{j-(i,k)}$ y por tanto la intensidad $I_{j,k}$ será menor que la $I_{k,j}$. Pero además, la intensidad $I_{k,j}$ será igual a $I_{j,i}$ más la carga de j , mientras que $I_{j,k}$ será igual a $I_{i,j}$ menos la carga de j . Por tanto la diferencia $(I_{k,j} - I_{j,k})$ será mayor que $(I_{j,i} - I_{i,j})$ por lo que la pendiente será mayor. Analizándolo de igual forma para el otro lado, se concluye que la curva es convexa.

Se define como “rama de máximo equilibrio de cargas” a la rama cuya diferencia de intensidades por ella es menor.

Proposición 4

“El coste mínimo se obtiene situando el centro de transformación en el nudo extremo de menor coste de la rama de máximo equilibrio de cargas del árbol”.

Demostración

Como se demostró en la proposición 3, las curvas de costes son continuas y convexas, siendo lineales dentro de cada rama del árbol. Para toda función convexa, en el punto mínimo se produce un cambio de signo; siendo la pendiente igual a cero en él, si su derivada es continua. En el caso en estudio, la derivada no es continua, pero dado que la rama de máximo equilibrio de cargas es en la que la pendiente es la de menor valor absoluto, todas las ramas adyacentes tendrán pendientes de mayor valor absoluto, bien positivas o bien negativas. En conclusión, el mínimo absoluto del árbol se dará en el punto más bajo de dicha recta.

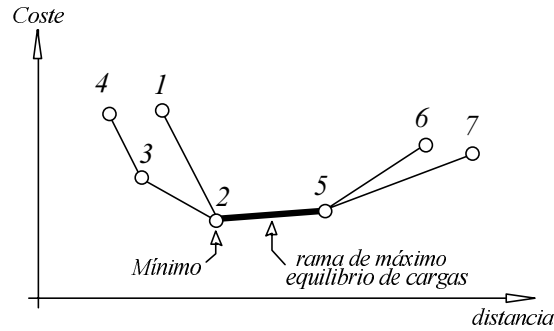


Figura 4.13 Rama de máximo equilibrio de cargas y punto de mínimo coste

Dicho punto mínimo coincide con el punto en que, para todas las ramas incidentes en él, las intensidades de rama hacia él son mayores que las salientes.

$$C_{min} = C_i \quad / \quad I_{i,k} \leq I_{k,i} \quad , \quad \forall (i,k) \in IN(i) \quad , \quad i \in N \quad (4.14)$$

Esta proposición permite obtener el óptimo absoluto en el caso de no existir restricciones de caída de tensión de forma rápida ya que se corresponde con el mínimo de la curva de límites inferiores.

El problema es que, cuando se exige el cumplimiento de las restricciones, la superficie de zonas factibles es menor, recortándose por la parte inferior y apareciendo un límite inferior que ya no se puede garantizar que sea convexo. Lo que si se sabe es, que dicho límite inferior con restricciones de caída de tensión será siempre igual o superior al límite inferior absoluto.

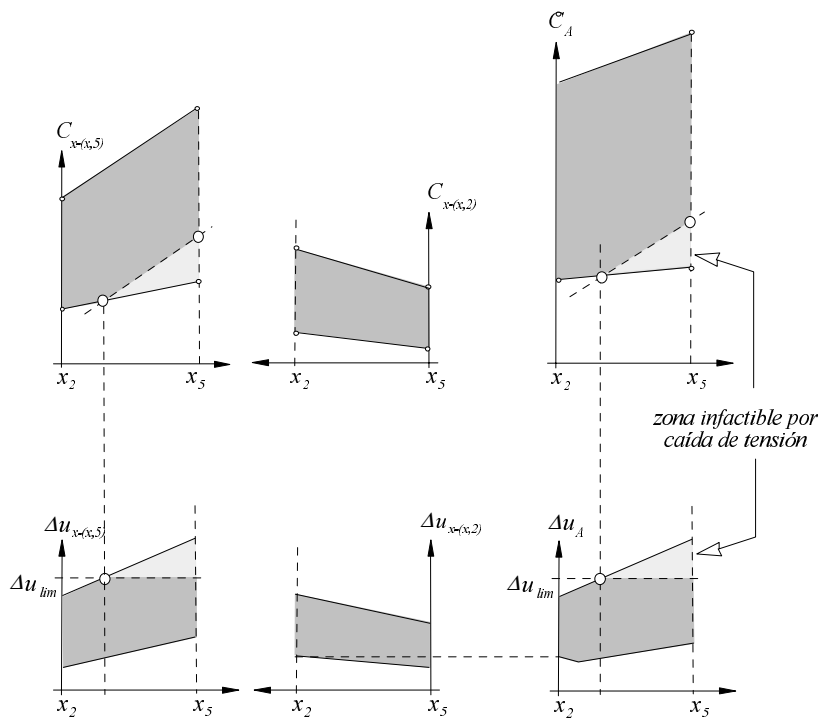


Figura 4.14 Superficies de costes y caídas de tensión al alimentar todo el árbol desde puntos de la rama (2,5) en el ejemplo de la figura 4.8

En la figura 4.14 se representan los límites de costes y caídas de tensión al situar el centro de transformación en la rama (2,5) del ejemplo de la figura 4.8. En el caso del subárbol $A_{x-(x,5)}$ existe puntos de la rama para la que existen combinaciones de conductores infactibles por no cumplir las restricciones de caída de tensión, mientras que en el caso del subárbol $A_{x-(x,2)}$ todas son factibles.

Los límites de alimentar todo el árbol desde puntos del tramo (2,5) se obtiene a partir del anterior como:

- Límites de costes igual a la suma de los límites de los dos subárboles
- Límites de caída de tensión igual a los máximos de los dos subárboles

En el ejemplo de la figura 4.15, se consideran 3 tipos de conductores para cada rama, incumpléndose las restricciones de caída de tensión al alimentar el árbol $A_{3-(2,3)}$ desde determinados puntos de la rama (2,3) si se emplean los conductores menores, siendo necesario emplear para una zona el siguiente tipo de conductor para el tramo (3,x) y en la zona de la derecha también el siguiente tipo para la rama (3,4).

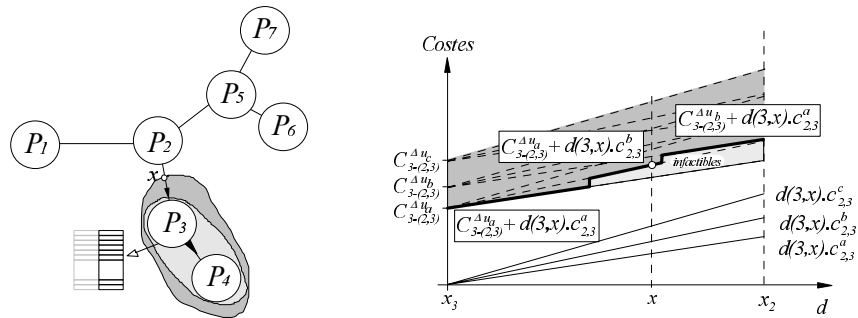


Figura 4.15 Zonas factibles cuando existen restricciones de caída de tensión

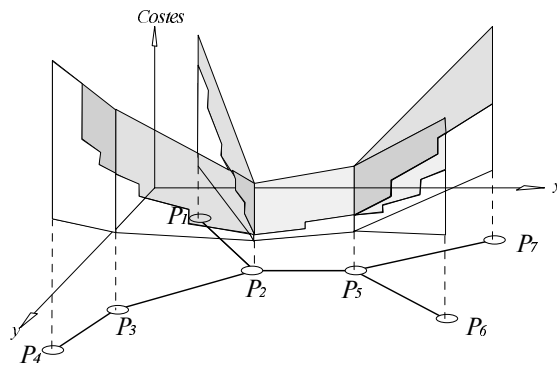


Figura 4.16 Superficies de costes con restricciones de caída de tensión para el ejemplo de la figura 4.8

Búsqueda rápida de la posición óptima del centro de transformación

Es necesario reducir en lo posible los cálculos necesarios para buscar la posición óptima del centro de transformación, evitando en lo posible tener que realizar los cálculos sobre todas las ramas de la red. Teniendo en cuenta las proposiciones y resultados desarrollados en los apartados anteriores, se ha visto que en el caso de no existir restricciones de caída de tensión, las curvas correspondientes a los límites inferiores eran convexas. Por tanto, partiendo de esta consideración, se va a realizar una búsqueda organizada en torno al mínimo absoluto para reducir el número de ramas a calcular. Así, si en una determinada rama, se obtiene un valor mínimo con restricciones, todas aquellas ramas cuyos valores sin restricciones sean superiores a este mínimo local, ya no se analizarán, ni ninguna otra situada más allá, dado que si la curva es convexa, los valores se garantiza que siempre serán superiores.

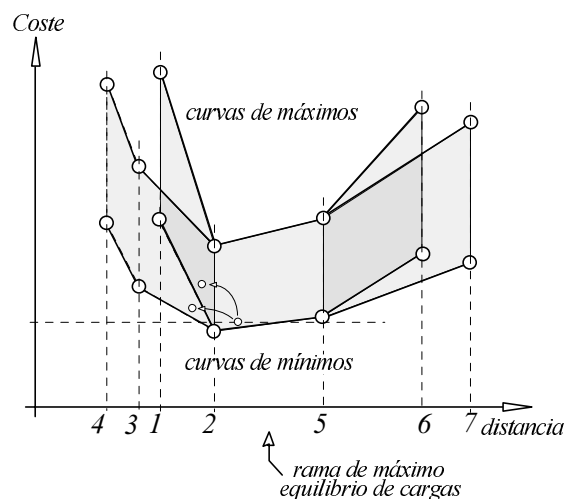


Figura 4.17 Ejemplo de búsqueda de la posición óptima en las ramas

El proceso a seguir es el siguiente:

1. Se busca la *rama de máximo equilibrio de cargas* y se calcula el coste mínimo C_{min} para todas las posiciones posibles del centro de transformación en la rama.
2. Se repite recursivamente el paso 1 para todas las ramas adyacentes en las que el coste de alguno de sus extremos sea inferior a C_{min} , con

la restricción de caída de tensión, sustituyendo el valor de C_{min} cuando se obtenga uno menor.

3. Si no existe ningún rama que cumpla las condiciones impuestas en el paso 2, el óptimo corresponde a la posición en donde se obtuvo el menor valor de C_{min} .

En general, la búsqueda se suele reducir al cálculo de muy pocas ramas y solamente en casos de pocos nudos será preciso realizarlo para todas las ramas.

Obtención de los conductores óptimos conocida la posición del centro de transformación

Determinada la posición óptima del centro de transformación, se obtendrán los conductores óptimos para cada rama de la red a partir de los valores de las tablas “caída de tensión/costes”, buscando aquel valor que sumado al correspondiente tramo da el valor del coste. Para reducir el tiempo de cálculo, se puede crear simultáneamente con el cálculo de las tablas de “caída de tensión/costes” unas tablas de los conductores que implicaron dichos valores.

4.3.3 Casos particulares

A lo largo de la explicación del método general, ya se ha comentado cual es la solución en algunos casos particulares, pero en este apartado se van a desarrollar con mayor detalle. Dentro de este apartado se van a considerar tres casos: cuando no se exige el cumplimiento de las restricciones de caída de tensión, cuando únicamente se emplea un tipo de conductor y cuando se exige que el centro de transformación se ubique en un nudo. En estos tres casos y en cualquier combinación de ellos, la resolución es mucho más sencilla y rápida que en el caso general.

Sin restricciones de caída de tensión

Cuando a la red no se le exige cumplir las caídas de tensión, no es preciso construir las tablas de los nudos ni de las ramas. Como se vio en el caso general, el centro de transformación se ubicará en el nudo de menor coste de la rama de máximo equilibrio de cargas. Por tanto, únicamente es necesario

buscar dicha rama, situando el centro de transformación en el nudo extremo situado en el lado en que dicha rama tiene más carga. Dicho nudo cumple que:

$$X_{CT} = \left\{ i \in N \mid P(A_{i-(i,j)}) \geq P(A_{j-(i,j)}), \forall j \in N, j \in AD(i) \right\} \quad (4.15)$$

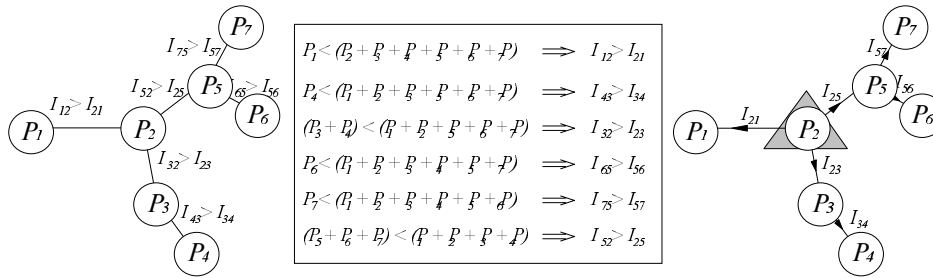


Figura 4.18 Posición óptima cuando no existen restricciones de caída de tensión

La solución puede ser única o existir más de una posición óptima. En el caso de que la potencia existente a ambos lados de una rama del árbol sea la misma implica que, el coste de la red de baja tensión al situar el centro de transformación en cualquier punto de dicha rama, es el mismo.

Los conductores empleados en las ramas serán los de coste óptimo para la intensidad circulante, correspondientes al de menor sección cuyo límite económico es superior a la intensidad por la línea.

Conductor único

Cuando el conductor empleado es único, tampoco es necesario crear las tablas de "caída de tensión/costes", puesto que solo existirá un valor correspondiente al coste y caída de tensión en dicho tipo de conductor para la intensidad circulante por la rama. Por tanto, para cada posición posible del centro de transformación el coste se obtiene directamente como la suma de los costes de los subárboles asociados a dicho punto, siempre que cumpla el límite impuesto de caída de tensión.

Si el extremo de menor coste de la *rama de máximo equilibrio de cargas* cumple las restricciones de caída de tensión, se puede garantizar que dicha posición es el óptimo. Si dicha posición es infactible, aquel punto o nudo del árbol que, siendo factible, esté más cerca de dicha posición, será el óptimo. Unicamente existirá un camino en la que se podrán encontrar puntos que cumplan las restricción de caída de tensión y, éste será en el lado del subárbol que incumple dicha restricción. En el caso de haber más de un subárbol infactible, no existirá ninguna posición posible.

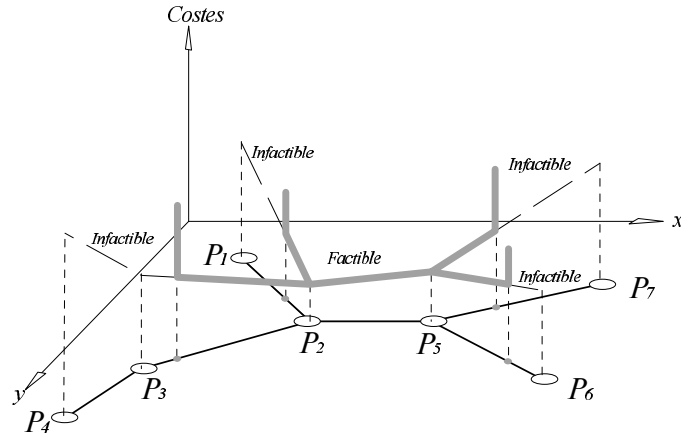


Figura 4.19 Caso particular de conductor único con restricciones de caída de tensión

posiciones restringidas a los nudos del árbol

En el caso de estar restringida la posición del centro de transformación a los nudos del árbol, no es preciso calcular las tablas de las ramas, pero si se necesita obtener las tablas “caídas de tensión/coste” de los nudos. El coste mínimo, C_A , de alimentar toda la red correspondiente al árbol, A , desde un nudo se obtendrá como:

$$C_A = \min_{\substack{r, s \leq N \\ \forall (i, j) \in R}} \left\{ C_{i-(i, j)}(\Delta u_r) + C_{j-(i, j)}(\Delta u_s) + c_{i, j}^t \cdot d_{i, j} \mid t \in T_{i, j} \right\} \quad (4.16)$$

y la posición óptima del centro de transformación es:

$$X_{CT} = \{i \mid i \in N, C_A = \min\{C_j\}, \forall j \in N\} \quad (4.17)$$

4.3.4 Nudos con red de baja tensión interior

En muchos casos, las cargas sobre las que se quiere ejecutar el algoritmo fueron obtenidas al agregar cargas de menor dimensión. Un ejemplo sería si se emplea como nudo a un núcleo de población en lugar de emplear cada uno de los clientes o consumidores individualmente. Si se pueden conocer o estimar los valores de los costes de la red interior en función de la caída de tensión, se puede emplear el algoritmo propuesto en este capítulo, teniendo en cuenta dichos costes y que, la máxima caída de tensión admisible también es incluyendo la interior. Para su explicación, se va a emplear un método basado en el modelo Planer¹ desarrollado en el apéndice B.

El coste total de un grupo de cargas conectado mediante un subárbol, es igual a la suma de los costes de:

- la red de baja tensión interior a los núcleos de población, obtenida a partir del modelo del Planer. Debido a que el modelo Planer únicamente es para núcleos de población rurales, no se considerará la red interior de los núcleos de población de dimensión tal que la existencia del centro de transformación sea imprescindible.
- la red de baja tensión existente entre los núcleos de población y los centros de transformación, obtenidos mediante el método propuesto en este capítulo.
- la rama de la red de media tensión necesaria para conectar el centro de transformación con la red de distribución de media tensión de la zona. Dicho tramo se considerará de longitud igual a la distancia entre el centro de transformación y el límite del área definido por los núcleos de población que forman el grupo.

El hecho de no considerar el coste de la red de baja tensión interior a los núcleos de población de gran dimensión, no implica un resultado diferente,

¹ El modelo PLANER, aceptado por las compañías del sector eléctrico nacional Español en el año 1973, permite el cálculo de redes rurales, en función del número de viviendas concentradas y dispersas que forman el núcleo de población.

puesto que se puede considerar que su coste es constante, independientemente de que estén o no conectados a él otras cargas y, al optimizar las constantes se pueden eliminar.

Para calcular el coste de la red exterior, se va a tener en cuenta que en todos los nudos existirá una tabla de "caída de tensión/coste interior", correspondiente a los costes de su red interior en función de la tensión $C_i(\Delta U_r)$.

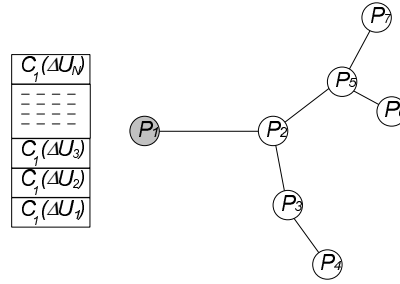


Figura 4.20 Tabla de nudo hoja, correspondiente a la red interior al nudo

En el caso general, la tabla de "caída de tensión/coste" de los nudos hoja no existía, por no existir red aguas abajo. Sin embargo en este caso, pasan a tener como valores los correspondientes a la red interior:

$$C_{i-(i,j)}(\Delta u_r) = C_i(\Delta u_r) \quad / \quad (i,j) \in R \quad (4.18)$$

Para los nudos que no son hoja, los costes de los diferentes elementos de las tablas correspondientes a cada rama incidente en él, se obtienen sumando el elemento de la tabla de la red propia para la caída de tensión correspondiente al elemento que se está calculando:

$$C_{i-(i,j)}(\Delta u_r) = \sum_{\substack{k \in AD(i) \\ k \in A_{i-(i,j)}}} \left(\min_{\substack{t \in T_{i,j} \\ \forall s}} \{ C_{k-(i,k)}(\Delta u_s) + c_{i,k}^t(I_{i,k}) \} + C_i(\Delta u_r) \right) \quad (4.19)$$

$$/ \quad (\Delta u_s + \Delta u_{i,k}^t(I_{i,k})) \leq \Delta u_r$$

4.3.5 Ejemplo

El ejemplo se realiza sobre un núcleo de población de 91 clientes repartidos en 60 edificaciones, con una potencia media de 3.5 kW por cliente (figura 4.21). Se podrán emplean 5 tipos de conductores (número creciente con la sección), correspondientes a los conductores de tipo aéreo tensado del apéndice B.

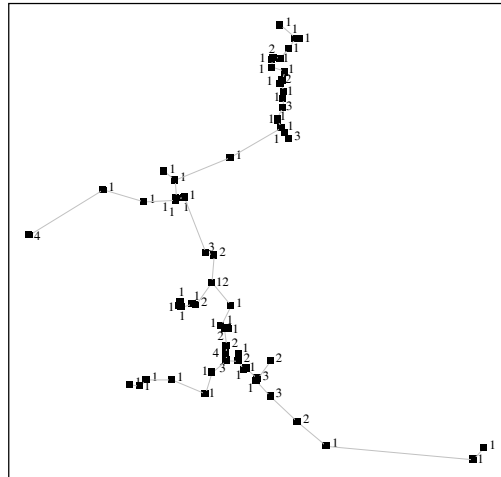


Figura 4.21 Número de clientes por edificio y árbol que los conecta

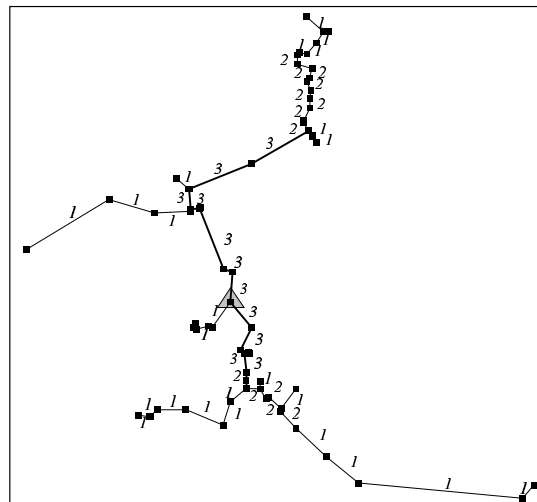


Figura 4.22 Tipos de conductor y ubicación del centro de transformación sin restricciones de caída de tensión

En la figura 4.22 se representa la solución, en el caso de que no se exijan restricciones de caídas de tensión, por lo que el centro de transformación está ubicado en un nudo, con un coste total de 8'198 MPts. La figura 4.23 corresponde al caso de exigirse una caída de tensión inferior al 5%, siendo la posición del centro de transformación en el medio de una rama con un coste de 10'983 MPts.

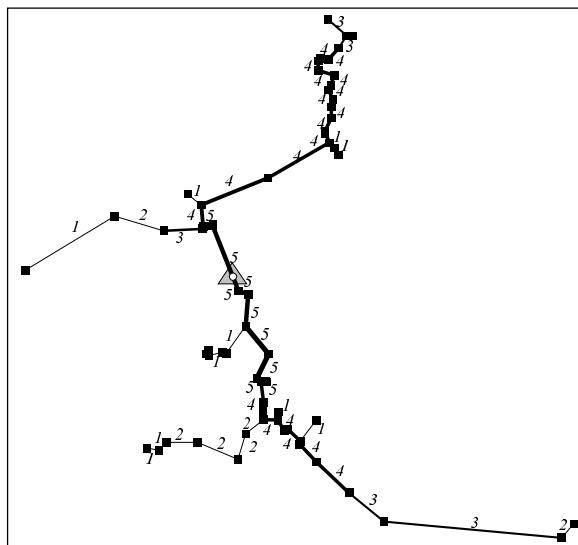


Figura 4.23 Tipos de conductor y ubicación del centro de transformación con restricciones de caída de tensión del 5%

4.4 Algoritmo para obtener un árbol de mínima distancia de gran dimensión

En los dos métodos de optimización de la red de baja tensión presentados en los apartados 4.1 y 4.2, se parte del árbol de mínima distancia como espacio inicial de soluciones y, en el caso del método heurístico aplicado a redes de baja tensión rurales, para considerar el coste debido a la red de media tensión, se va a considerar el árbol de mínima distancia entre los centros de transformación. Además, hay que tener en cuenta que, en cualquiera de los casos se tendrán cientos o miles de nudos entre los que se quiere calcular el árbol de mínima distancia.

El algoritmo propuesto se basa en el método de Prim^[128], ya que consiste en la búsqueda sucesiva del nudo más cercano a un subárbol que va creciendo hasta convertirse en el árbol de mínima distancia. Sin embargo, en un primer paso se consideran características más propias del método de Kruskal^[129], para obtener un conjunto inicial de subárboles pertenecientes al árbol de mínima distancia. La base principal del algoritmo consiste en realizar el menor número posible de comprobaciones de distancias entre parejas de nudos, mediante la creación de límites superiores e inferiores de búsqueda. En el apartado 4.4.6 se comentará brevemente la forma de implantarlo en el caso de que la búsqueda del árbol de mínima distancia esté restringida a un grafo.

El algoritmo propuesto parte de un conjunto de nudos, N , que se almacenarán en función de su posición, en una estructura matricial de listas, M , y se irá creando el árbol de mínima distancia, A_{min} , inicialmente vacío, añadiendo parejas de nudos y ramas hasta haber seleccionado todos los nudos de N . La notación empleada es

N	conjunto de nudos
A_{min}	árbol de mínima distancia
R_{Amin}	conjunto de ramas que forman el árbol de mínima distancia
N_{Amin}	conjunto de nudos que forman el árbol de mínima distancia y que coincide con el conjunto N
(n_i, n_j)	rama que conecta los nudos n_i y n_j
n_i	nudo i -ésimo del conjunto N_{Amin}
$d(n_i, n_j)$	longitud de la rama (n_i, n_j)
M	matriz de listas de nudos del conjunto N , de dimensión $m \times n$
$M_{i,j}$	elemento (i,j) de la matriz M , igual a una lista de nudos
M^p	matriz de grupos de nudos del conjunto N , de dimensión $m \times n$
(x_{min}, y_{min})	extremo inferior izquierdo del área rectangular que incluye todos los nudos del conjunto N
(x_{max}, y_{max})	extremo superior derecho del área rectangular que incluye todos los nudos del conjunto N
d_c	dimensión de la cuadrícula que define la matriz M a partir del espacio ocupado por los nudos de N
d_{max}	límite superior de longitud de las ramas del árbol mínimo
L^{pr}	lista de nudos próximos
L^l	lista de distancias límite

4.4.1 Metodología

Dado un conjunto de nudos N , el árbol de mínima distancia, A_{min} , es el grafo conexo compuesto por el mínimo número de ramas, $R_{A_{min}}$, que conecta a todos los nudos, $N_{A_{min}}=N$, y tal que la longitud es mínima.

$$A_{min} = (N_{A_{min}}, R_{A_{min}}) \quad (4.20)$$

Aunque el procedimiento de obtención del árbol mínimo es muy sencillo, el número de comprobaciones que hay que realizar, crece de forma exponencial con el número de nudos del conjunto y, por lo tanto, el tiempo de ejecución del algoritmo. Para resolver este problema, se plantea un algoritmo, que consigue hacer un número de operaciones casi proporcional al número de nudos y no exponencial.

El algoritmo propuesto se basa en realizar la menor cantidad posible de búsquedas de elementos cercanos a un determinado nudo o conjunto de nudos, que es la parte del método que más tiempo requiere. Para ello, se aplican cuatro técnicas diferentes en el algoritmo:

- Almacenar los puntos en una matriz M : consiste en crear una matriz cuyos elementos M_{ij} son listas de nudos. Cada lista está compuesta por todos los nudos cuyas coordenadas en el espacio de estudio se corresponde con el área de proyección de dicho elemento de la matriz. La búsqueda del nudo más cercano a un nudo dado, se realizará únicamente entre un pequeño conjunto, que de antemano se sabe que son los más próximos y que se encontrarán en la misma lista o en las listas de los elementos contiguos de la matriz.
- Obtener el nudo más cercano para cada uno de los nudos: todas las ramas que conectan un nudo con el nudo más cercano a él, siempre pertenecen al árbol de mínima distancia (base del algoritmo propuesto por Kruskal^[129]).
- Determinar un límite superior para la búsqueda de la rama más cercana: Si se conoce un límite superior de la distancia a la que pueden estar los nudos más cercanos, las búsquedas a realizar serán muchas menos y más rápidas, determinándose fácilmente cuando un nudo no tiene más conexiones.

- Crear dos listas de ramas: una lista está formada por las ramas susceptibles de pertenecer al árbol mínimo y, la otra lista contiene los nudos pertenecientes ya al árbol con una distancia límite inferior donde no se encuentran sus nudos más cercanos.

Mediante el empleo de estas cuatro técnicas, la resolución del árbol de mínima distancia en sistemas de más de 25.000 nudos se pueden resolver en tiempos próximos a 1 segundo, mientras que si se aplica únicamente la primera técnica, el tiempo necesario es superior a las 2 horas, y de días, en caso de ser necesaria la comprobación exhaustiva de todas las distancias.

4.4.2 Matriz de listas de nudos

Para crear la matriz M , se cuadrícula el área definida por los puntos (x_{min}, y_{min}) y (x_{max}, y_{max}) , que contiene a todos los nudos, según una cuadrícula de lado d_c (ver figura 4.24). Cada elemento de la matriz $M_{i,j}$ se corresponde con un cuadrado del plano, siendo dicho elemento una lista de los nudos situados en dicho cuadrado del plano.

$$M_{i,j} = \left\{ k \in N \left/ \begin{array}{l} x_{min} + i \cdot d_c \leq x_k \leq x_{min} + (i+1) \cdot d_c \\ y_{min} + j \cdot d_c \leq y_k \leq y_{min} + (j+1) \cdot d_c \end{array} \right. \right\} \quad (4.21)$$

La matriz M generalmente no será cuadrada, siendo sus dimensiones (m.n):

$$m = \text{int}\left(\frac{x_{max} - x_{min}}{d_c}\right) + 1 \quad n = \text{int}\left(\frac{y_{max} - y_{min}}{d_c}\right) + 1 \quad (4.22)$$

La ventaja fundamental de tener los nudos almacenados en una matriz, en función de sus coordenadas, es que la búsqueda del nudo, n_r , más cercano a uno dado, n_s , es muy rápida.

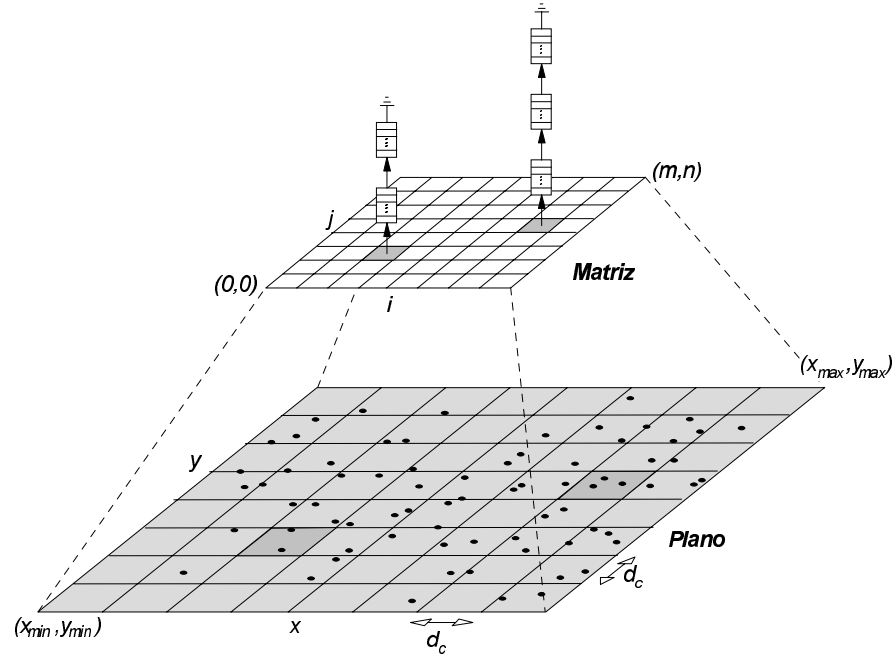


Figura 4.24 Correspondencia entre el plano de puntos y la matriz de listas

El proceso de búsqueda comienza comprobando las distancias con los nudos pertenecientes a la misma lista del elemento y , a continuación, según las listas de los elementos de la matriz concéntricos a la inicial hasta encontrarlo. Los pasos a seguir para encontrar el nudo más cercano al nudo n_s son:

1. Se define una variable d_{min} , en la que se guardará el valor de la mínima distancia conseguida en cada paso, siendo inicialmente infinito y una variable r correspondiente al radio de los elementos de la matriz a calcular.

$$\begin{aligned} d_{min} &= \infty \\ r &= 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

2. Determinar el elemento $M_{i,j}$ de la matriz M a cuya lista pertenece el nudo n_s . Esto no quiere decir que dicho nudo tenga que estar en la lista, puesto que como se verá en posteriores apartados, a veces se eliminarán nudos de la matriz para acelerar determinados procesos.

$$n_s \in M_{i,j} \Leftrightarrow \begin{cases} i = \text{int}\left(\frac{x_{n_s} - x_{\min}}{d_c}\right) \\ j = \text{int}\left(\frac{y_{n_s} - y_{\min}}{d_c}\right) \end{cases} \quad (4.24)$$

3. Buscar el nudo n_r más cercano a n_s de los elementos de la matriz M situados en el cuadrado definido por $(i-r, j-r)$ e $(i+r, j+r)$.

$$n_r \mid d_{\min} = d(n_s, n_r) = \min_{\substack{i-r \leq k \leq i+r \\ j-r \leq l \leq j+r}} \left\{ \min_{n_t \in M_{k,l}} \{d(n_s, n_t)\} \right\} \quad (4.25)$$

4. si no existe n_r o $d_{\min}$ es mayor que la distancia desde n_s a los cuadrados situados en un radio $(r+1)$, se incrementa r en una unidad y se repite el paso 3. En caso contrario, el proceso finaliza, siendo n_r el nudo más cercano a n_s y $d_{\min}$ la distancia de la rama.

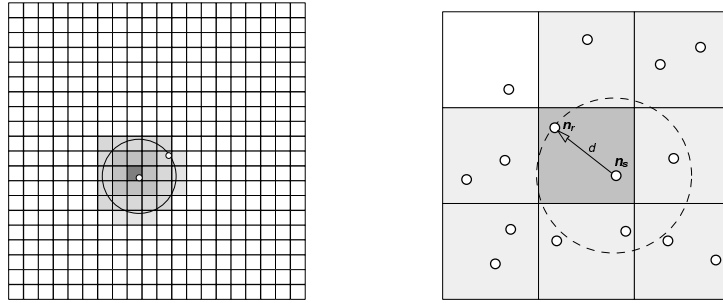


Figura 4.25 Zona de búsqueda de los nudos más cercanos

Si por ejemplo, se tienen 25.000 nudos con una distribución más o menos uniforme en una matriz M de dimensión 50×50 se tendría una media de 10 puntos por elemento de la matriz $M_{i,j}$. La búsqueda del nudo más cercano sin emplear la matriz requiere realizar 24.999 cálculos de distancia, mientras que empleando la matriz M el número de cálculos será entre 10 y 90; es decir, entre 250 y 2.500 veces más rápido. Esto no implica que lo ideal sea crear matrices de gran dimensión, puesto que implicaría buscar en círculos de mayor tamaño, lo que puede provocar un incremento en el tiempo total de cálculo.

Como se verá en el apartado 4.4.5, muchas veces se busca el nudo más cercano, conocidos unos límites superior e inferior de la distancia a la que se sitúa dicho nudo. En ese caso, el área de búsqueda se reducirá a un anillo.

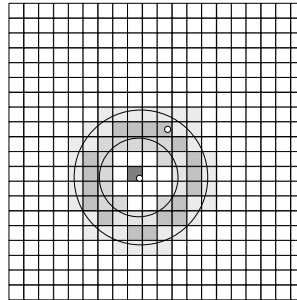


Figura 4.26 Anillo de búsqueda, conocidos los límites

4.4.3 Obtención de un límite superior para la longitud máxima de las ramas

Conocer un límite superior, $d_{m\acute{a}x}$, de la longitud de las ramas del árbol de mínima distancia permite reducir el número de búsquedas y la distancia máxima en la que buscar. No existe una forma directa de obtener el tamaño de la rama más larga del árbol mínimo, pero se pueden utilizar diferentes técnicas para obtener un límite superior.

El método propuesto consiste en utilizar la misma estructura de mapa que se utiliza para almacenar los nudos. El proceso consta de los siguientes pasos:

1. Se crea una matriz numérica, M' , equivalente a la matriz de listas de nudos, M , tal que los elementos vacíos en la matriz M , son nulos en la matriz numérica M' . Todos los restantes elementos de la matriz se numeran, de forma que los elementos contiguos formen un grupo con el mismo identificador numérico (ver figura 4.27). Además, se crea una variable p para determinar el número de elementos de la matriz vacíos entre distintos grupos llenos que, inicialmente vale 0.

$$M_{i,j}^n = 0 \Leftrightarrow M_{i,j} = \emptyset$$

$$M_{i,j}^n = q \Leftrightarrow \begin{cases} M_{i,j} \neq \emptyset \\ M_{k,l}^n = q \text{ o } M_{k,l}^n = 0 \text{ con: } \begin{cases} k = (i-1), i, (i+1) \\ l = (j-1), j, (j+1) \end{cases} \end{cases} \quad (4.26)$$

$$p = 0$$

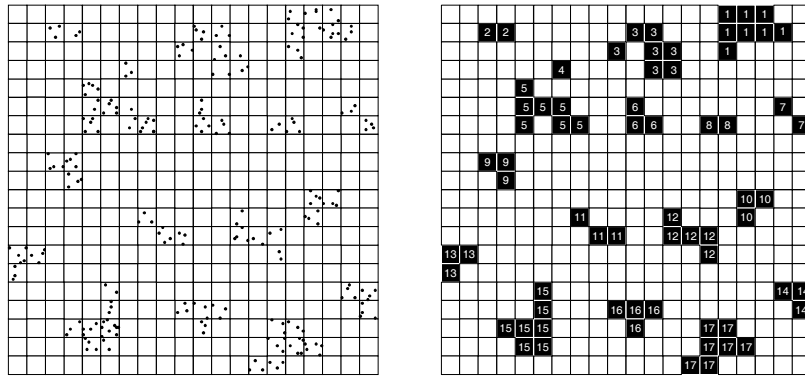


Figura 4.27 Plano y matriz M con los grupos numerados

- Se determina la periferia de los grupos existentes (figura 4.28.a), marcándolos con diferentes número siempre que no se toquen, incrementando en una unidad la variable p .

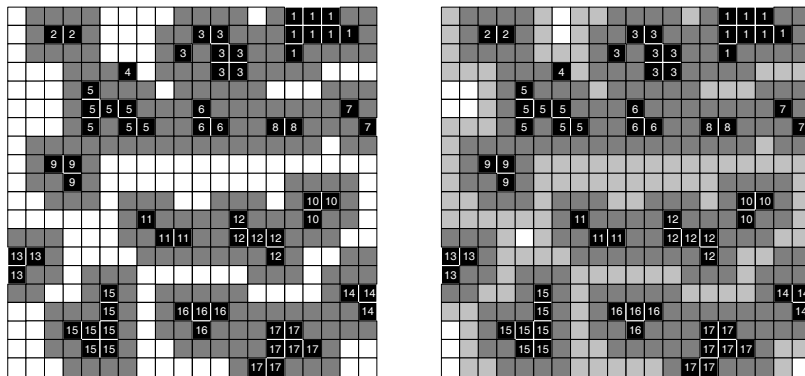


Figura 4.28 Niveles 1 y 2 de la periferia de los grupos

3. Si existen grupos independientes, se repite el paso 2 considerando como grupos los elementos periféricos anteriores (figura 4.28.b).
4. El número de niveles, p , necesarios para unir los últimos grupos determina la distancia que es límite superior para las longitudes de las ramas del árbol mínimo. Su valor será igual a la diagonal del cuadrado de dimensión $2 \cdot (p+1)$, como se puede ver en la figura 4.29.

$$d_{max} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (p+1) \cdot d_c \quad (4.27)$$

puesto que la peor circunstancia que puede implicar cualquier valor de p es que los últimos grupos en tocarse lo hagan en una esquina.

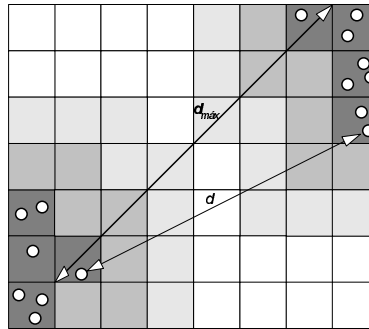


Figura 4.29 Distancia máxima entre dos grupos

4.4.4 Ramas de mínima distancia

Las ramas que conectan cada nudo con el más cercano a él, siempre pertenecen al árbol de mínima distancia. Esta propiedad permite obtener un bosque, B , de árboles que forman parte del árbol de mínima distancia, empleando la matriz M (ver figura 4.30). El algoritmo principal va a partir de estos árboles, en lugar de iniciarse con un nudo cualquiera, seleccionándose el que mayor número de nudos contenga para comenzar el algoritmo.

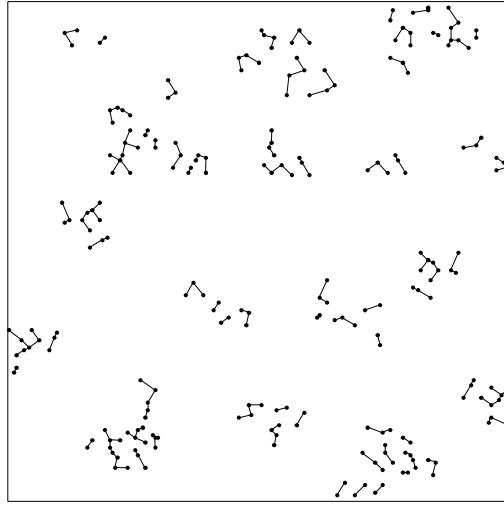


Figura 4.30 Ejemplo de nudos conectados con el más cercano

4.4.5 Procesado mediante listas

El proceso general de obtención del árbol de mínima distancia se acelera empleando dos listas de ramas, que permiten reducir el número de comprobaciones de forma considerable. Las características de ambas listas son:

- Lista de próximos: es una lista, L^p , que contiene las posibles ramas, con su longitud, a añadir al árbol de mínima distancia en cada paso, ordenadas de menor a mayor longitud.

$$L^p = \left\{ l_k^p \mid l_k^p = (n_i, n_j, d_{ij}), n_i \in A_{min}, n_j \notin A_{min}, d_l \leq d_k \leq d_m \right\} \quad (4.28)$$

siendo: $l < k < m$ y $d_k = d_{i,j}$

- Lista de límites: es una lista, L^h , que contiene ramas, con su longitud, que no podrán pertenecer al árbol de mínima distancia, pero que en cada paso sirven como límite inferior de distancia desde nudos que ya pertenecen al árbol de mínima distancia a nudos que aun no pertenecen. Los elementos de la lista estarán ordenados de menor a mayor longitud.

$$L^{li} = \left\{ l_k^{li} \mid l_k^{li} = (n_i, n_j, d_{ij}), n_i \in A_{min}, d_l \leq d_k \leq d_m \right\} \quad (4.29)$$

siendo: $l < k < m$ y $d_k = d_{i,j}$

El algoritmo de cálculo del árbol de mínima distancia, empleando ambas listas, consta de los siguientes pasos:

1. Inicialmente los conjuntos de nudos y ramas del árbol mínimo están vacíos, así como la lista de próximos y la lista de límites.

$$\begin{aligned} N_{A_{min}} &= \emptyset & R_{A_{min}} &= \emptyset \\ L^{pr} &= \emptyset & L^{li} &= \emptyset \end{aligned} \quad (4.30)$$

2. Se selecciona el mayor de los árboles, A_l , del bosque, B , obtenido al aplicar el método del apartado 4.4.4 (formado por las ramas de mínima distancia a cada nudo) y se añade como parte del árbol mínimo, todavía vacío.

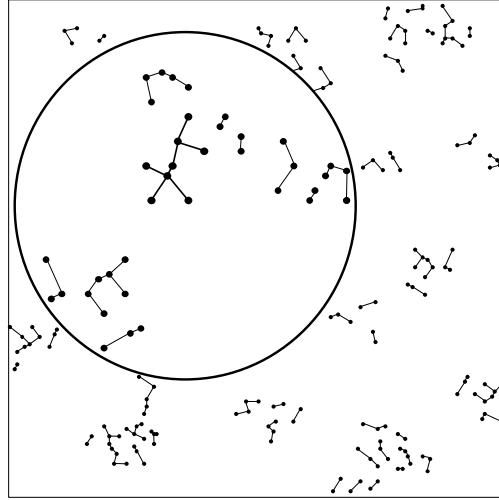


Figura 4.31 Árbol de mayor número de nudos del ejemplo de la figura 4.30

$$\begin{aligned} \forall n_i \in A_l & \quad N_{A_{min}} \leftarrow n_i \\ \forall (n_i, n_j) \in A_l & \quad R_{A_{min}} \leftarrow (n_i, n_j) \end{aligned} \quad (4.31)$$

3. Para simplificar y agilizar las búsquedas de nudos cercanos en pasos posteriores, los nudos que pasan a formar parte del árbol de mínima distancia se eliminan de la matriz M .

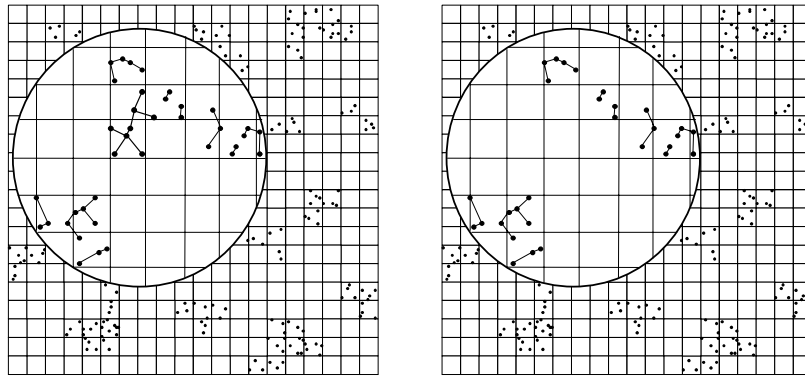


Figura 4.32 Todo árbol seleccionado para formar parte del árbol de mínima distancia, se elimina de la matriz M

4. Se busca el nudo más cercano n_r , de los existentes en la matriz M , a cada uno de los nudos n_i del árbol mínimo actual A_{min} .

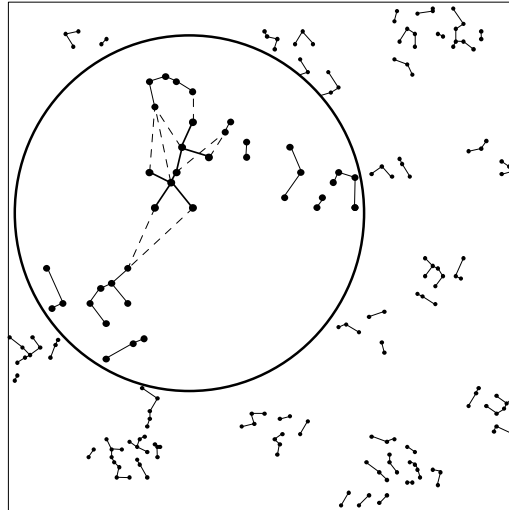


Figura 4.33 Nudos más cercanos a los nudos pertenecientes al árbol mínimo

Cada pareja de nudos con su distancia se almacenan como elementos de la lista de próximos L^p ordenadas en función de las distancias de menor a mayor (ver figura 4.34). Puede ocurrir que el elemento más cercano a un conjunto de nudos del árbol mínimo sea el mismo, siendo diferentes las distancias. En este caso, únicamente el elemento de menor distancia será el que se añadirá en la lista de próximos, L^p , puesto que se puede asegurar que si alguna de estas ramas va a pertenecer al árbol mínimo, será la de menor longitud, añadiéndose las restantes ramas a la lista de límites L^l .

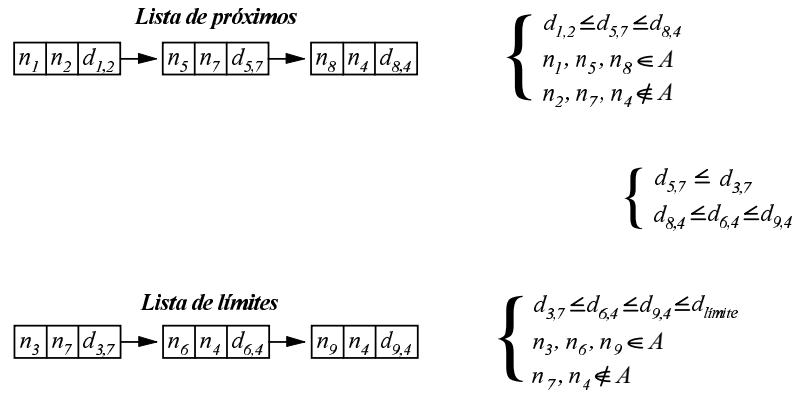


Figura 4.34 Listas ordenadas de próximos y límites

Las ramas añadidas a la lista de límites van a indicar cual es el límite inferior de distancia a la que se encontrará cualquier nudo conectado con el nudo del árbol de mínima distancia del elemento de la lista. La "lista de límites" también está ordenada de menor a mayor distancia, para poder localizar de forma rápida cual es el primer nudo del que hay que buscar su nudo más cercano. El número total de elementos de las dos listas sería igual al número de nudos pertenecientes al árbol en cada momento. Para reducir el tamaño de las listas e incrementar la velocidad, todo elemento cuya distancia sea superior al límite superior de longitud, d_{max} , obtenido en el apartado A.3 no será añadido a ninguna de las dos listas, puesto que ya se sabe que nunca podrá ser una rama del árbol de mínima distancia. Igualmente, al realizar la búsqueda del nudo más cercano, empleando la matriz M , no se buscará en aquellos elementos de la matriz cuya distancia sea superior a dicho límite máximo d_{max} .

5. Se selecciona el primer elemento de la lista de próximos $l_l = (n_i, n_j, d_{i,j})$, que corresponde a la rama de menor longitud entre un nudo n_i de A_{min} y un nudo, n_j , no perteneciente a él y, se añade al árbol mínimo.

$$l_l = (n_i, n_j, d_{i,j}) \mid d_l = d_{i,j} \leq d_k$$

$$\forall k = 1, \dots, \dim(L^{pr}) \Rightarrow \begin{cases} N_{A_{min}} \leftarrow n_j \\ R_{A_{min}} \leftarrow (n_i, n_j) \end{cases} \quad (4.32)$$

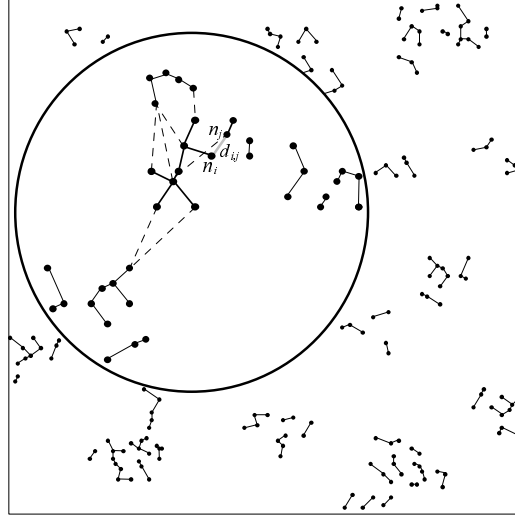


Figura 4.35 Selección de la menor rama desde un nudo del árbol

6. El nuevo nudo, n_j , añadido al árbol, forma parte de un árbol, A_k , perteneciente al bosque B , obtenido al calcular las conexiones de cada nudo con el más cercano, visto en el apartado 4.4.4. Todas las ramas y nudos del árbol A_k se añaden al árbol de mínima distancia puesto que, como se comentó anteriormente, pertenecen a él. Todos los nudos del árbol A_k se eliminan de la matriz M .

$$\forall n_i \in A_k \quad N_{A_{min}} \leftarrow n_i$$

$$\forall (n_i, n_j) \in A_k \quad R_{A_{min}} \leftarrow (n_i, n_j) \quad (4.33)$$

7. Para cada uno de los nudos del árbol A_k añadidos al árbol de mínima distancia, es necesario calcular su nudo más cercano no perteneciente al árbol A_{min} . Cada una de las parejas de nudos obtenida con su distancia se añade a la lista correspondiente como se vio en el paso 4.

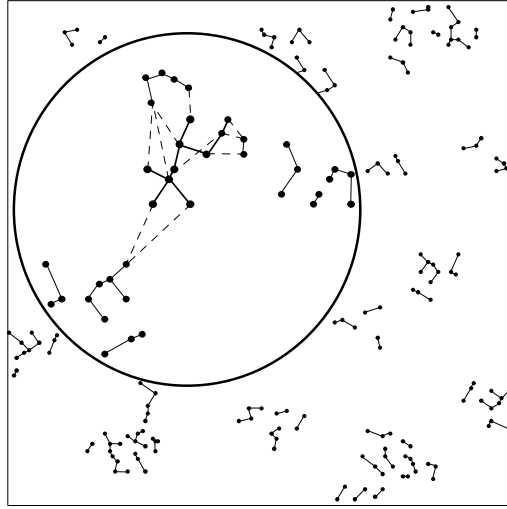


Figura 4.36 Nudos más cercanos al árbol mínimo ampliado

8. Al añadir el nuevo árbol A_k al árbol de mínima distancia muchos de los elementos de la lista de próximos contienen parejas de nudos que pertenecen ambos al árbol de mínima distancia, debido a que conectaban nudos del árbol de mínima distancia con nudos de A_k . Dichas ramas no podrán pertenecer al árbol mínimo y, es preciso cambiarlas a la lista de límites.

$$\begin{aligned} L^l &\leftarrow L^l \cup \left\{ l_r \mid l_r = (n_i, n_j, d_{i,j}) \in L^{pr} \text{ , } n_i, n_j \in A_{min} \right\} \\ L^{pr} &\leftarrow L^{pr} - \left\{ l_r \mid l_r = (n_i, n_j, d_{i,j}) \in L^{pr} \text{ , } n_i, n_j \in A_{min} \right\} \end{aligned} \quad (4.34)$$

9. A continuación, se comprueba si la distancia d_l del menor elemento de la lista de límites, L^l , es menor que la distancia d_p del menor elemento de la lista de próximos, L^{pr} . Si es así, implica que el primer

nudo del primer elemento de L^i puede tener un nudo no perteneciente al árbol mínimo cuya distancia es superior a d_i , puesto que este valor era un límite inferior, pero puede estar situado a una distancia inferior a d_i . Por lo tanto, mientras persista esta situación o, si la lista L^r está vacía, se elimina el primer elemento de la lista L^i y se busca el nuevo nudo más cercano. El nuevo elemento formado por la pareja de nudos y su distancia se añade en la lista que corresponda, igual que se hizo en el paso 4.

10. Una vez actualizadas las listas, y garantizada que la menor rama posible es la primera de la lista de próximos se procede a repetir el proceso desde el punto 5. El procedimiento finaliza cuando la lista de próximos está vacía, lo cual ocurre cuando se han eliminado todos los nudos de M y pertenecen todos al árbol de mínima distancia (figura 4.37). Evidentemente esto no implica que esté vacía la "lista de límites", puesto que pueden quedar en ella ramas cuya longitud sea mayor que la de la última línea conectada pero inferior al límite superior de longitud, $d_{máx}$ obtenido al inicio del algoritmo.

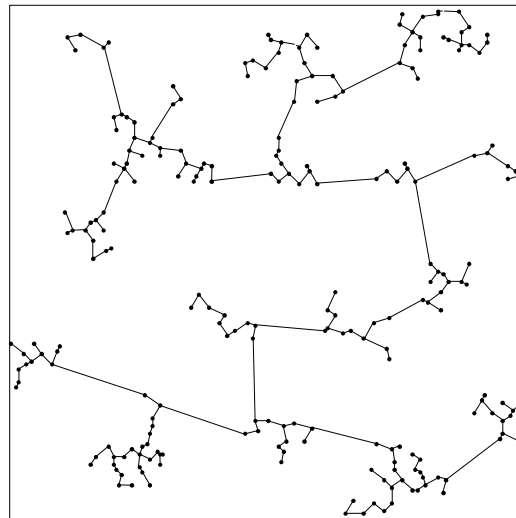


Figura 4.37 Árbol mínimo completo

4.4.6 Árbol de mínima distancia restringido a un grafo

En el caso de que el árbol de mínima distancia que se busca esté restringido a las ramas de un grafo, el procedimiento empleado es similar, con dos diferencias fundamentales. La primera se refiere a que, es preciso comprobar que el grafo es conexo, porque en caso de no serlo, no existirá el árbol. La segunda se refiere a la forma de almacenar y buscar los datos, dado que las únicas distancias posibles son con los nudos vecinos (únicamente los adyacentes en el grafo). Para resolver ambas cuestiones, se va a reemplazar la matriz de listas de nudos desarrollada en el apartado 4.4.2 por una matriz cuyos elementos son números reales. Los elementos no nulos representarán a las ramas del grafo y, su valor es la distancia de la rama. A dicha matriz se le va a denominar *matriz asociada al grafo*. Para la comprobación de que el grafo es conexo, se puede emplear cualquier método clásico, como por ejemplo los basados en buscar la trayectoria desde un nudo cualquiera a todos los demás sobre dicha matriz, la cual es topológicamente igual a la matriz de conexiones del grafo.

Para la aplicación de los restantes pasos del algoritmo, se debe tener en cuenta que en lugar de realizar la búsqueda en la matriz de listas de nudos, se realizará en la matriz asociada al grafo. En el algoritmo general, era necesario buscar un límite superior de la distancia, pero en este caso no es necesario, ya que para un nudo las búsquedas a realizar están restringidas a sus nudos adyacentes. De todos modos, el límite superior sería igual al mayor de los elementos de la matriz. Para la obtención de las ramas de mínima distancia visto en el apartado 4.4.4 (primeras ramas del bosque), únicamente hay que conocer cual es el elemento de menor valor de cada fila o columna de la matriz del grafo. Dichos valores se pueden obtener al crear la matriz. Creadas estas ramas, como parte del bosque de mínima distancia, se eliminarán de la matriz del grafo, para no tener que realizar nuevas comprobaciones con ellas.

Únicamente falta por realizar el procedimiento de listas, visto en el apartado 4.4.5, para obtener el resto de las ramas del árbol. El algoritmo de manejo de las listas de máximos y próximos es igual al del método general, con la única diferencia de que la búsqueda de nuevas ramas se realiza sobre la matriz del grafo. Si además, cuando se crea un nuevo elemento en las listas se elimina de la matriz, cuando la rama asociada a un nudo pasa a formar parte de la lista de límites y dicho nudo no tiene más elementos adyacentes en la matriz, se puede eliminar también de la lista.

Capítulo 5

Optimización de la red de baja tensión entre núcleos de población

Cuando se pretende diseñar la red de distribución en un área de gran dimensión, como puede ser todo un país o el área correspondiente a una determinada compañía, es preciso determinar los niveles de tensión necesarios y donde se distribuye con cada uno de los niveles de tensión definidos. Por otro lado, no siempre se conocen la posición geográfica o el valor de la potencia consumida para cada uno de los consumos. Pero incluso conocidos todos estos datos, cuando se quiere realizar un estudio a gran escala, toda esa cantidad de información sería inmanejable. En este caso, Se requiere hacer un estudio de menor detalle, que permita obtener unos resultados bastante aproximados.

Uno de los puntos importantes en el diseño de la red de distribución es poder determinar cuales son los núcleos de población que tendrán centros de transformación MT/BT y cuales se alimentarán en baja tensión desde un centro de transformación situado en un núcleo próximo. evidentemente, todos los núcleos de población con un número elevado de viviendas (100 o más), se puede asegurar que tendrán siempre centro de transformación (1 o más), pero en los núcleos de pocas viviendas la existencia o no de centro de transformación no depende tanto de su potencia total como de la existencia o no de otros núcleos de población en las proximidades y de la relación de tamaños entre él y sus vecinos. Asi por ejemplo, un núcleo de población de 10 viviendas que no tiene ningún otro núcleo a una distancia inferior a 1 Km. tendrá un centro de transformación, mientras que ese núcleo si está situado a 200 m. de otro núcleo de 80 viviendas, se alimentará desde un centro de transformación que estará situado en el núcleo grande.

Determinar que núcleos tienen centro de transformación y cuales no, implica obtener también la red de baja tensión que conecta unos núcleos con otros. Para

ello, es necesario conocer una mínima información del área en estudio y de cada uno de los núcleos de población.

- Número de núcleos de población
- Coordenadas del núcleo de población
- Número de clientes de cada núcleo de población
- Potencia media por cliente
- Tipo de distribución de la población dentro del núcleo (concentrada, dispersa)

La obtención de la red de baja tensión entre núcleos de población y la obtención de la posición de los centros de transformación se va a realizar mediante un algoritmo combinatorio, resuelto mediante técnicas de programación dinámica^[147,148]. La primera consideración que se hace es que, los núcleos de población pequeños cuando están conectados en baja tensión con otro núcleo de población, generalmente lo están con uno de los núcleos más próximos a ellos. Teniendo en cuenta esto, el algoritmo propuesto parte del árbol de mínima distancia, que aunque no tiene conexiones de todos los nudos con cada uno de sus cercanos (implicaría un esquema mallado) sí garantiza que los nudos con que están unidos cada uno son sus nudos más próximos (no todos los cercanos, pero si los más cercanos). Además, el número de núcleos de población que van a pertenecer a un mismo grupo no será, en general, superior a cinco o seis, ni un núcleo estará conectado directamente con más de dos o tres núcleos. Para la evaluación de cada grupo, se va a emplear el algoritmo desarrollado en el capítulo 4.

5.1 Notación y definiciones

Dado el árbol de mínima distancia $A_{min}=(N,R)$, se denota:

N	al conjunto de nudos del árbol de mínima distancia.
R	$\{(i,j) / i,j \in N\}$ es el conjunto de ramas del árbol de mínima distancia.
H_{Amin}	$\{i / i \in N, rg(IN(i))=1\}$ es el conjunto de nudos hoja del árbol mínimo.
C_{Amin}	$\{i / i \in N, rg(IN(i)) \geq 3\}$ es el conjunto de nudos de bifurcación del árbol mínimo.
$A_{i,j}$	subárbol formado por las ramas y nudos del árbol A_{min} que se encuentran entre los nudos i y j .

F	conjunto de feeders de A_{min} .
B	$\{A_{i,j} / (r,s) \in A_{i,j} \Leftrightarrow (r,s) \in RBT, \forall (r,s) \in A_{min}\}$ es el bosque de árboles que forman la red de baja tensión de coste mínimo.
$Tr(i,j)$	trayectoria desde el nudo i al nudo j .
$TR(A_{min})$	conjunto de trayectorias pertenecientes al árbol mínimo A_{min} , que incluyen a todos los nudos del árbol.
Tr^k	trayectoria k-ésima del conjunto $TR(A_{min})$.
n_p^k	primer nudo de la trayectoria Tr^k .
n_f^k	nudo final de la trayectoria Tr^k .
A_{ij}^k	subárbol formado por las ramas y nudos de la trayectoria Tr^k situados entre los nudos i y j , y todos los de las trayectorias de orden mayor que k que parten de nudos situados entre los nudos i y j .
G^k	(N_{Gk}, R_{Gk}) es el grafo asociado a la trayectoria Tr^k .
N_{Gk}	conjunto de nudos del grafo G^k , que se corresponden con las ramas, tanto reales como ficticias de la trayectoria Tr^k .
R_{Gk}	$\{(r,s) / r,s \in N_{Gk}\}$ es el conjunto de ramas orientadas del grafo G^k .
$c_{r,s}^k$	coste del subárbol, $A_{r,s}^k$, definido por las ramas r y s pertenecientes a la trayectoria Tr^k .

Las trayectorias que pertenecen a $TR(A_{min})$ son:

$$TR(A_{min}) = \{Tr^k / Tr^k = Trayec(i, j) ; i, j \in N, \forall (r,s) \in Tr^k, (r,s) \notin Tr^l, k \neq l\} \quad (5.1)$$

cumpliendo además que la dimensión de la trayectoria determina su orden.

$$Tr^l = Tr(i, j) \quad / \quad dim(Tr^l) = \max \{ dim(Tr(r, s)) \quad / \quad r, s \in H_{A_{min}} \} , \quad i, j \in H_{A_{min}} \quad (5.2)$$

$$Tr^k = Tr(i, j) \quad / \quad \begin{cases} i \in C_{A_{min}} , \quad i \in Tr^l , \quad l < k \\ j \in H_{A_{min}} \\ \forall (r, s) \in Tr^k , \quad \forall l < m , \quad (r, s) \notin Tr^l \\ dim(Tr^k) \leq dim(Tr^l) , \quad \forall l \leq k \end{cases} \quad (5.3)$$

siendo $dim(Tr^k)$ el número de ramas que componen la trayectoria k-esima. Tr^l es la trayectoria principal de $TR(A_{min})$ y, es la que conecta los dos nudos más alejados (mayor número de ramas entre ellos). Las restantes trayectorias de $TR(A_{min})$ parten siempre desde un nudo de bifurcación perteneciente a una

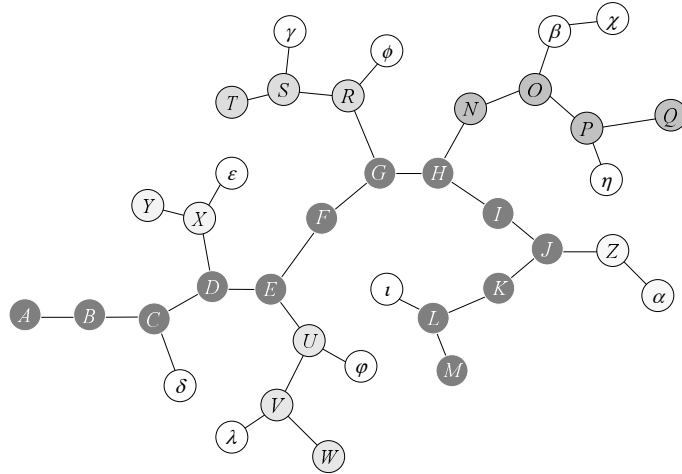
trayectoria de inferior orden y finalizan en la hoja más alejada de dicho nudo de bifurcación al que pueden llegar por ramas no pertenecientes a trayectorias de orden inferior. Los únicos elementos comunes a más de un trayectoria, son los nudos de bifurcación.

Una trayectoria Tr^k , está compuesta por una secuencia de nudos y ramas:

$$Tr^k = Tr(i, j) = \{i, (i, r), r, (r, s), s, \dots, t, (t, j), j \mid (i, r), (r, s), \dots, (t, j) \in R\} \quad (5.4)$$

que para simplificar se indicarán con la secuencia de nudos pertenecientes a la trayectoria:

$$Tr^k = \{i, r, s, \dots, j\} \mid i, r, s, \dots, j \in Ty(i, j) \quad (5.5)$$



$Tr^1 = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M\}$	$Tr^6 = \{J, Z, \alpha\}$	$Tr^{11} = \{R, \phi\}$
$Tr^2 = \{H, N, O, P, Q\}$	$Tr^7 = \{O, \beta, \chi\}$	$Tr^{12} = \{S, \gamma\}$
$Tr^3 = \{G, R, S, T\}$	$Tr^8 = \{C, \delta\}$	$Tr^{13} = \{P, \eta\}$
$Tr^4 = \{E, U, V, W\}$	$Tr^9 = \{L, \iota\}$	$Tr^{14} = \{U, \phi\}$
$Tr^5 = \{D, X, Y\}$	$Tr^{10} = \{X, \varepsilon\}$	$Tr^{15} = \{V, \lambda\}$

Figura 5.1 Árbol y trayectorias que lo forman

5.2 Metodología

El algoritmo se basa en buscar las ramas del árbol de mínima distancia, A_{min} , que van a pertenecer a la red de distribución de baja tensión y cuales no, de forma que todo grupo de núcleos de población conectado con líneas de baja tensión esté alimentado desde un mismo núcleo, en el cual se encontrará la transformación de media tensión a baja tensión. Esto implica que para un grupo de núcleos conectados en baja tensión puede existir uno o varios centros de transformación, pero si existe varios, estarán todos en el mismo núcleo. Esto puede ocurrir cuando se tiene un núcleo de población grande, de por ejemplo 2000 viviendas y tiene en los alrededores varios núcleos de 10 o 20 viviendas cada uno (barrios, urbanizaciones, etc. clasificadas como núcleos independientes). En este caso, habrá más de un centro de transformación porque la potencia total así lo requiere, pero las líneas entre el núcleo de población grande y los pequeños serán de baja tensión.

La solución óptima buscada es el conjunto de ramas del árbol de mínima distancia A_{min} , que hace que el coste total de la red de baja tensión, más los centros de transformación, más la red de media tensión sea mínima.

El algoritmo se compone de tres partes:

- Selección de grupos de nudos del árbol de mínima distancia susceptibles de estar conectados en baja tensión.
- Ubicación del centro de transformación y obtención de la red de baja tensión (tipos de conductor) para cada grupo, con sus correspondientes costes.
- Selección del conjunto de agrupaciones disjuntas cuya unión sea el total de los núcleos de población y su coste el mínimo.

Para el cálculo de la red de baja tensión hay que tener en cuenta que, dentro de lo que es el núcleo de población, existe red de baja tensión en la que hay que considerar que se produce parte de la caída de tensión. Esto implica que la caída de tensión en las líneas de conexión entre los distintos núcleos de población tiene que ser inferior al límite establecido como restricción del problema. Además el límite para dichas líneas va a ser diferente en función de los núcleos alimentados. Por otro lado, la red interior al núcleo depende, como se puede ver en el capítulo dedicado a la red de baja tensión interior a un

núcleo de población, de la propia red exterior. Esto implica que según se quiera unos resultados más o menos precisos, se deben emplear modelos más o menos exactos para estimar las características y el coste de la red interior al núcleo.

La red de media tensión no es la misma si los centros de transformación se encuentran en unos núcleos u otros o si su número es grande o pequeño. Evidentemente, realizar simultáneamente una optimización de la red de media tensión con los centros de transformación y la red de baja tensión parece inviable. Pero, para no despreciar el peso que la red de media tensión tiene, se va a considerar en el coste de cada grupo, el coste de un tramo de línea que refleje de alguna forma la necesidad de conectar ese centro de transformación con la red de media tensión de la zona.

Si se eliminan las ramas del árbol de mínima distancia que no pertenecen a la red de baja tensión óptima, se obtiene un bosque B de subárboles A_{ij} . Cada subárbol del bosque tendrá un único nudo con centro de transformación desde el que se alimentará, mediante la red de baja tensión, a los restantes nudos del árbol. El problema es que, el número de bosques y árboles de baja tensión a analizar para un árbol determinado crece de forma exponencial con el número de nudos del árbol. Es preciso por ello, utilizar técnicas que permitan calcular el menor número de casos posibles, de forma que, se determine directamente cual es el bosque óptimo mediante la comprobación de unos pocos árboles.

5.3 Obtención de los árboles y del bosque óptimo

Para la explicación del método de obtención del bosque óptimo y del conjunto de subárboles, se va a plantear primero el caso simple de un árbol formado por una secuencia de nudos sin ramificaciones, para posteriormente generalizar el método a un árbol ramificado. En ambos casos, el cálculo del coste de la red de un grupo de nudos alimentados desde un único nudo con transformación MT/BT se basa en un método comentado en un apartado posterior y, por tanto, se van a hacer referencia a cuales son los grupos que hay que calcular, pero no como se hace.

5.3.1 Caso simple: red de distribución sin ramificaciones

Dada una árbol en el cual no existen ramificaciones, se puede determinar de forma rigurosa cuales son las ramas que pertenecen a la red de baja tensión de coste mínimo mediante la comprobación de todas las conexiones posibles. El problema que plantea este método, es que el número de casos a estudiar crece de forma exponencial al aumentar el número de nudos de la línea. El número total de bosques posibles para un árbol de mínima distancia de r ramas y una única trayectoria es de:

$$n^{\circ} \text{ de bosques} = \binom{r}{0} + \binom{r}{1} + \binom{r}{2} + \dots + \binom{r}{r} = \sum_{i=0}^r \binom{r}{i} = \sum_{i=0}^r \frac{r!}{i! \cdot (r-i)!} = 2^r \quad (5.6)$$

con un número total de subárboles de:

$$\begin{aligned} n^{\circ} \text{ de subarboles} &= 1 \cdot \binom{r}{0} + 2 \cdot \binom{r}{1} + 3 \cdot \binom{r}{2} + \dots + (r+1) \cdot \binom{r}{r} = \\ &= \sum_{i=0}^r (i+1) \cdot \binom{r}{i} = \sum_{i=0}^r \frac{(i+1) \cdot r!}{i! \cdot (r-i)!} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Por ejemplo, para un caso de un árbol de cinco nudos y cuatro ramas (ver figura 1.2), el número total de bosques con diferentes conexiones de la red de baja tensión es de $2^4=16$, y el número total de subárboles de redes de baja tensión es de 48 (ver figura 1.3). Sin embargo, el número total de subárboles diferentes es solamente de 15 (ver figura 1.4).

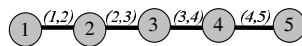


Figura 5.2 Árbol formado por 5 nudos y 1 trayectoria

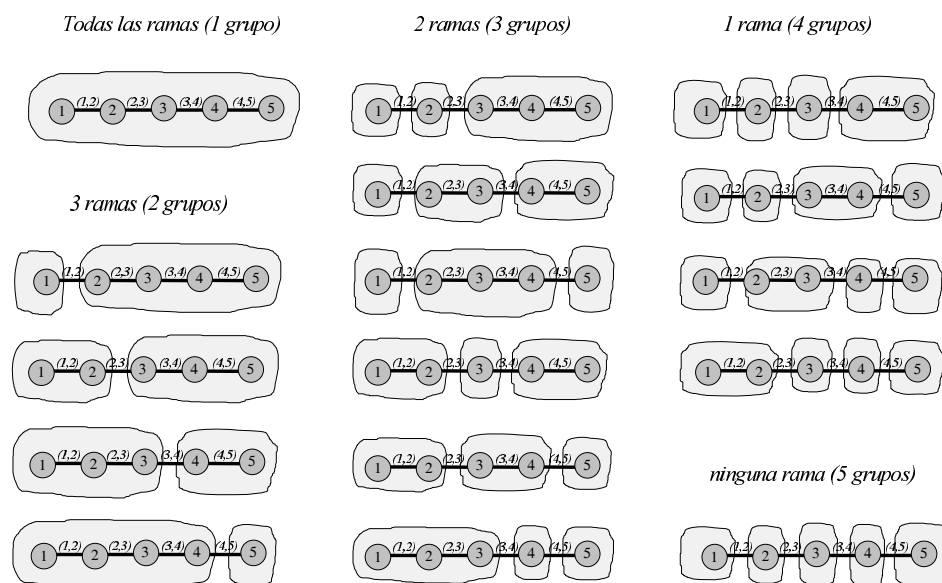


Figura 5.3 Conjunto de combinaciones posibles de subárboles

El método que se va a emplear, consiste en calcular solamente aquellos subárboles que se sabe que son factibles, calculándolos solamente una vez, y determinando directamente, cual es la combinación de menor coste.

El número total de subárboles diferentes es igual a:

$$n^{\circ} \text{ de arb. dif.} = \binom{r+2}{2} = \binom{n+1}{2} = \frac{(n+1)!}{2! \cdot (n-1)!} = \frac{(n+1) \cdot n}{2} = \frac{n^2 + n}{2} \quad (5.8)$$

para el ejemplo de la figura anterior, los grupos distintos son:

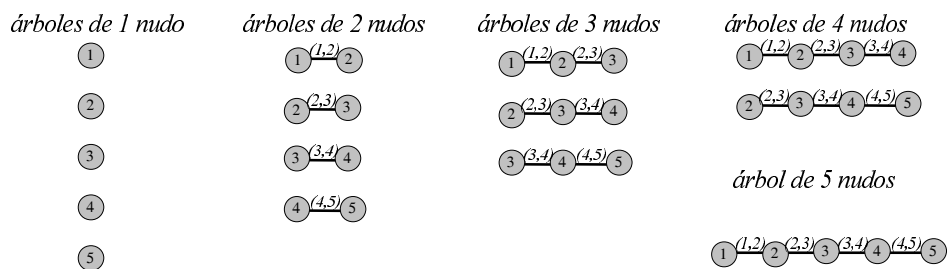


Figura 5.4 Conjunto de subárboles diferentes

Por ejemplo, para un árbol con 50 nudos y 49 ramas el número de bosques es tan elevado, que su obtención no es viable, mientras que el número de árboles diferentes es bastante pequeño.

$$n^{\circ} \text{ de bosques} = 2^{49} = 5'629.10^{14}$$

$$n^{\circ} \text{ de arboles} = 1'435.10^{16}$$

$$n^{\circ} \text{ de arboles diferentes} = \frac{50^2 + 50}{2} = 1275$$

Dado un árbol de mínima distancia, A_{min} , compuesto únicamente por una trayectoria, Tr^l , cualquier subárbol $A_{i,j}$ queda perfectamente definida por las ramas incidentes en los nudos i y j que no pertenecen a ella. Cuando los nudos i y j no son hojas del árbol mínimo, el número de ramas que la determinan son dos, en el caso de ser hoja uno de los dos, queda definida por una rama y en caso de ser hojas ambos, no es necesaria ninguna rama. En los casos de que sea hoja alguno de los dos, se pueden referir por una rama ficticia, (p^l, n_p^l) , al principio de la trayectoria y otra al final, (n_f^l, f^l) para unificar la definición, siendo n_p^l y n_f^l los nudos inicial y final respectivamente de la trayectoria Tr^l .

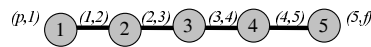


Figura 5.5 Trayectoria con ramas ficticias

Todos los subárboles posibles, $A_{r,s}$, quedan perfectamente definidos por las diferentes ramas (r,s) del grafo G^l asociado a la trayectoria Tr^l que forma el árbol (ver figura 1.6). Una rama (r,s) del grafo G^l representa al subárbol, $A_{l,m}$, definido por las ramas $r=(k,l)$ y $s=(m,n)$ del árbol A_{min} , siendo los nudos l y m pertenecientes al subárbol (sus extremos) y los nudos k y n no pertenecientes. A cada rama del grafo G^l se le asocia un peso igual al coste del subárbol que define dicha rama. La orientación de las ramas del grafo G^l es inverso al orden de los nudos, para poder realizar simplificaciones en el proceso de cálculo, que se verán más adelante.

Conocidos todos los costes de todos los subárboles, $c_{r,s}$, el conjunto de subárboles que hace que el coste sea mínimo se puede obtener buscando el camino de mínima longitud del grafo G^l (ver figura 1.7), con origen en la rama ficticia (n_f^l, f^l) y final en la rama ficticia (p^l, n_p^l) .

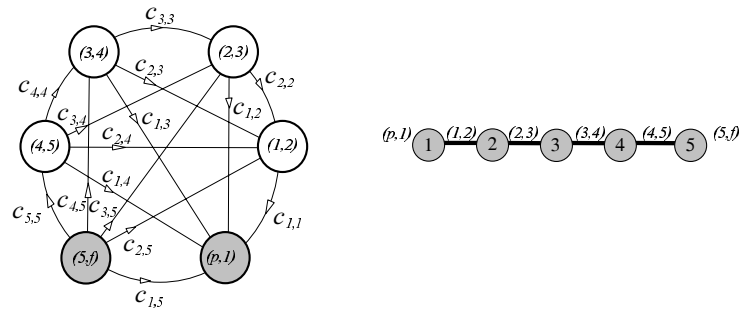


Figura 5.6 Grafo asociado a una trayectoria

Este problema es de fácil resolución aplicando, por ejemplo, los algoritmos de Dijkstra. El camino de mínima longitud estará compuesto por una o varias ramas del grafo G' . Los nudos del grafo por los que pasa el camino de mínima longitud, son las ramas del árbol de mínima distancia que no pertenecen a la red de baja tensión. Los subárboles definidos por las ramas del grafo que componen la trayectoria de mínima longitud son cada una de las redes de baja tensión alimentadas desde un mismo nudo con transformación MT/BT. Todos los nudos del árbol de mínima distancia pertenecen a alguno de los subárboles obtenidos.

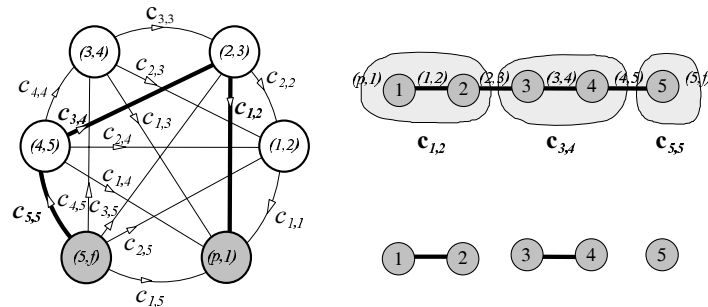


Figura 5.7 Camino de mínima longitud en el grafo y equivalencia en la trayectoria asociada

5.3.2 Caso general: red de distribución con ramificaciones

Mientras que, en el caso de redes sin ramificaciones, todo subárbol se puede definir mediante el corte o eliminación de dos ramas del árbol, en el caso de redes con ramificaciones, el número de cortes que definen un subárbol puede ser superior a dos.

En este caso, se van a emplear las diferentes trayectorias Tr^k del conjunto $TR(A_{min})$, para determinar el conjunto total de cortes que definen un subárbol. Para ello, se definen dos ramas ficticias (p^k, n_p^k) y (n_f^k, f^k) por cada trayectoria Tr^k , considerando que existen desde cada uno de sus extremos n_p^k y n_f^k , que se considerarán parte de la trayectoria.

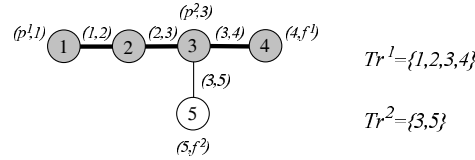


Figura 5.8 Árbol formado por dos trayectorias

Todo subárbol A_C del árbol de mínima distancia queda perfectamente definido a partir del conjunto C de parejas de nudos de cada una de las trayectorias, Tr^k , que pertenecen total o parcialmente al subárbol.

$$A_C = \bigcup_{\forall (i,j) \in C} \{Tr(i,j)\} \quad (5.9)$$

siendo C :

$$C = \left\{ \bigcup (i,j) \mid i,j \in N, i,j \in Tr^k, \bigcap_{\forall (r,s) \in C} (A_{r,s}) \text{ es conexa} \right\} \quad (5.10)$$

Cada pareja de nudos del conjunto C , estará compuesta por el primer nudo, n_p^k , de la trayectoria, Tr^k , a la que pertenecen y otro cualquiera de la trayectoria, excepto en el caso de la trayectoria de menor orden dentro del conjunto $TR(A_{min})$, para la cual no es preciso que esté el primer nudo de la trayectoria. Esto es debido a que, si un árbol tiene ramas de más de una trayectoria, forzosamente tendrá que contener a los nudos de bifurcación que une a las distintas trayectorias, para que sea un conjunto conexo.

El método de obtención de la red óptima de baja tensión para árboles con ramificaciones, va a ser equivalente al visto para el caso simple, aplicado de forma recursiva sobre las distintas trayectorias del árbol mínimo el procedimiento de creación de los grafos G^k y búsqueda del camino de mínima longitud en él.

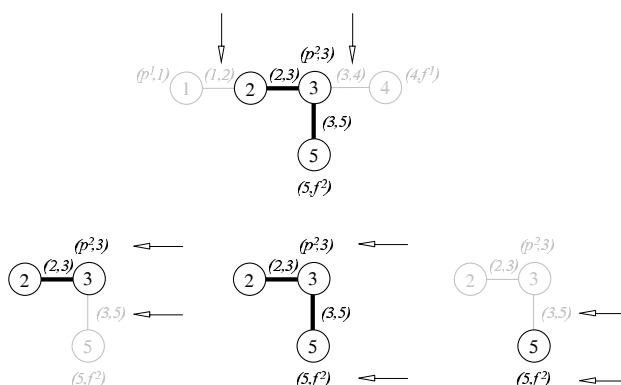


Figura 5.9 Ejemplo de subárboles dependientes del subárbol situado aguas arriba

Se inicia el proceso, calculando el coste de los diferentes subárboles definidos por cada pareja de cortes (ramas incluidas las ficticias) de la trayectoria principal Tr^l . En el caso de que existan, en algún subárbol A_{ij} de la trayectoria Tr^l , nudos de bifurcación (desde los que parten trayectorias secundarias), el coste de dicho subárbol A_{ij} será igual al coste óptimo del conjunto de subárboles de baja tensión que minimizan la red existente dentro de A_{ij} . Para el cálculo de los subárboles interiores al árbol A_{ij} no se consideran aquellos que se obtienen mediante cortes de las ramas pertenecientes a la trayectoria principal Tr^l , puesto que dichos casos ya se contemplan en las restantes combinaciones de cortes realizadas sobre la trayectoria principal.

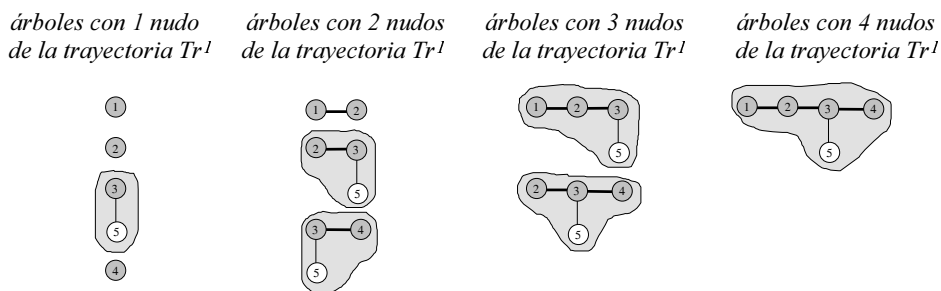


Figura 5.10 Conjunto de subárboles obtenidos mediante cortes en la trayectoria principal

En consecuencia, el coste óptimo de toda la red será igual al óptimo de la suma de los costes de los subárboles obtenidos mediante el corte de dos ramas de la

trayectoria principal, puesto que el coste de cada uno de estos subárboles es igual al óptimo de todas las combinaciones de subárboles incluidos en ellos.

Para obtener el conjunto de subárboles óptimos, definidos por cortes en la trayectoria principal, se crea el grafo G^l , igual que en el caso de árboles sin ramificaciones, siendo el peso de cada rama asociada a cada subárbol el coste óptimo de los subárboles incluidos en él. Para obtener el coste de los subárboles con nudos de bifurcación, se creará otro grafo G^k asociado a la trayectoria Tr^k que parte de dicho nudo de bifurcación. Recursivamente, para calcular el coste de los subárboles obtenidos mediante el corte de dos ramas de la trayectoria, Tr^k , que contengan nudos de bifurcación, se creará otro grafo y, así sucesivamente, hasta que no existan nudos de bifurcación con trayectorias sin analizar.

En el ejemplo de la figura 1.11, para calcular los costes $c'_{r,s}$ de los subárboles del grafo G^I que contienen el nudo de bifurcación, 3, es necesario calcular previamente el coste de los distintos subgrafos $G^2_{r,s}$, para cada caso.

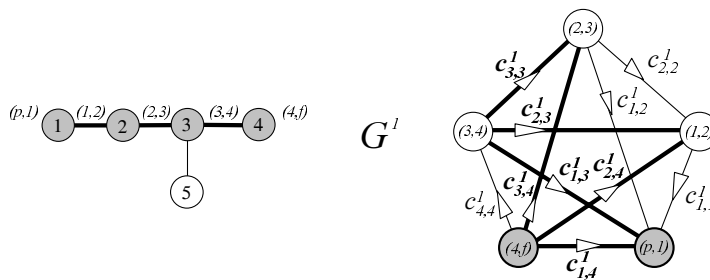


Figura 5.11 Grafo asociado a la trayectoria principal del árbol

Dos ejemplos de los subgrafos correspondientes a las trayectorias secundarias del ejemplo anterior, están representados en la figura 1.12. En ambos casos, los costes de los subárboles $A^2_{3,5}$ son iguales, para los diferentes subárboles A^l_{lm} sobre los que se calcula la trayectoria secundaria Tr^2 .

Quando una trayectoria secundaria también tiene algún nudo de bifurcación, o la trayectoria principal tiene varios nudos de bifurcación, el proceso es el mismo, calculando para los subárboles que contienen dos o más nudos de bifurcación tantos subgrafos como nudos tiene de este tipo.

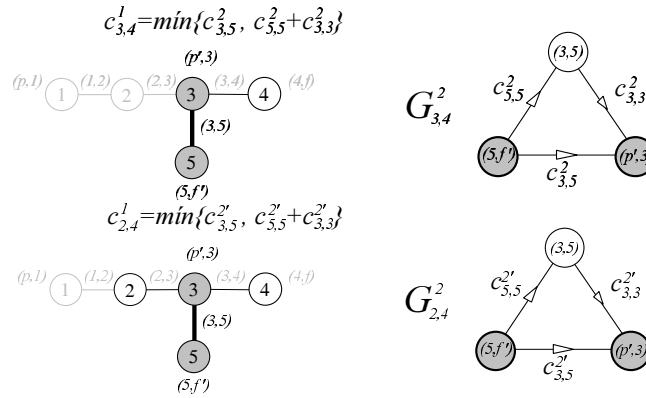


Figura 5.12 Ejemplos de los grafos asociados a la trayectoria secundaria en función del corte realizado en la trayectoria principal

En el ejemplo de la figura 1.13, para calcular el grafo G^1 de la trayectoria principal, es necesario calcular el coste de todos los subárboles a partir de los grafos asociados a las dos trayectorias que parten de el principal. Todos los subárboles que contengan simultáneamente a los nudos 2 y 3 tendrán dos subniveles, mientras que los que contengan solamente a uno de los dos, tendrán un subnivel.

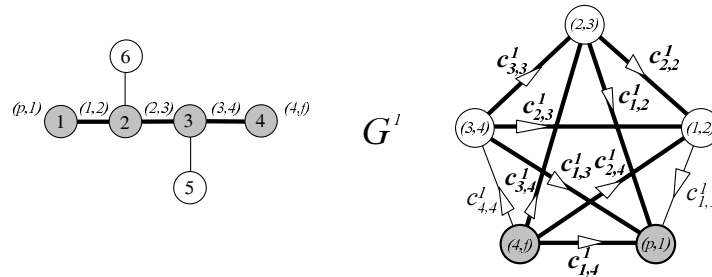


Figura 5.13 Grafo asociado a la trayectoria principal del árbol

Para el cálculo del subárboles definidos por los nudos 2 y 3 de la trayectoria principal, como por ejemplo, el conjunto $\{2,3,4,5,6\}$ representado en la figura 1.14, es preciso calcular previamente los costes de los distintos cortes del primer subárbol secundario definido por el nudo de bifurcación 3.

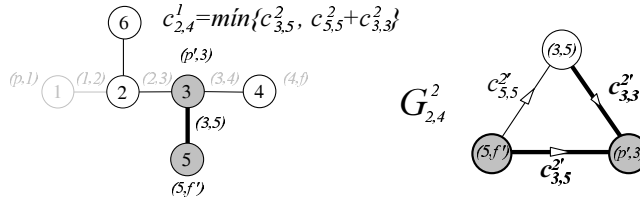


Figura 5.14 Grafo asociado a la trayectoria secundaria del árbol

Hay tres subárboles en este nivel, de los cuales, los dos que contienen al nudo 3 también contienen al nudo 2 por lo que es necesario calcular previamente los costes debidos a los subgrafos obtenidos al realizar cortes sobre la tercera trayectoria para cada uno de los cortes en la segunda y en la primera (ver figura 1.15).

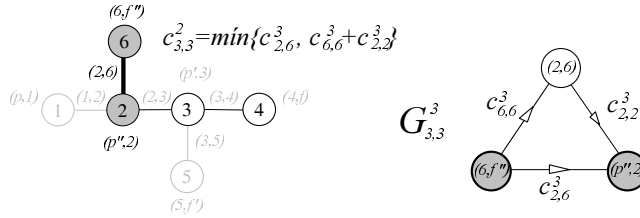


Figura 5.15 Grafo asociado a la trayectoria terciaria del árbol

El coste de un subárbol definido por los nudos i y j de la trayectoria Tr^k se obtiene como la suma de los costes de los subárboles en el incluidos:

$$c^k_{i,j} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sum [c^q_{l,m}] \text{ / } l, m \in Tr^q, \cup (N_{A^q_{l,m}}) = N_{Tr^q}, \\ \cap (A^q_{l,m}) = \emptyset, \text{ / } Tr^q \cap Tr(i,j) = \{n^q_p\} \end{array} \right\} \quad (5.11)$$

Para todo grafo G^k asociado a una trayectoria Tr^k del árbol mínimo, los únicos valores del grafo que varían en función de los subárboles A^r (tal que las trayectorias Tr^r son anteriores a la Tr^k) que implican su cálculo son los costes de las ramas que definen subárboles que incluyen al nudo n^k_p (nudo de bifurcación que define la trayectoria Tr^k).

5.4 Implantación del método

Las bases del método propuesto y la forma de estructurar los datos fueron expuestas de una forma general en el apartado anterior. Sin embargo, hay una serie de consideraciones a tener en cuenta, que permiten simplificar y acelerar el proceso de forma apreciable.

Se pueden clasificar en función de:

- optimizar el número de pasos a realizar
- evitar cálculos innecesarios
- manejo organizado de los datos

Como ya se comentó anteriormente, es preciso calcular el coste y la red de todos los grupos de cargas (árboles), calculando cada caso únicamente una vez y solamente de aquellos en que es factible la distribución en baja tensión a todos los nudos desde un único punto, en el que se situará la transformación MT/BT.

5.4.1 La matriz asociada a una trayectoria

Los costes de cada subárbol $A_{i,j}^k$ definido por cada pareja de cortes realizado en una trayectoria Tr^k , se almacenan en una matriz cuadrada triangular superior M^k , de dimensión igual al número de ramas de la trayectoria, incluyendo las ramas ficticias. El elemento $m_{i,j}^k$ representa el coste óptimo del subárbol definido por las ramas i y j de la trayectoria k . La numeración de las ramas de una trayectoria es de forma creciente comenzando por la rama ficticia final de la trayectoria, rama 0 , y finalizando en la rama ficticia inicial de la trayectoria, rama n , siendo n el número de nudos de la trayectoria Tr^k .

Los elementos de la matriz M^k serán los pesos de las ramas del grafo G^k , sobre el que se busca la combinación de subárboles que optimizan el coste de los subárboles creados mediante cortes de la trayectoria Tr^k .

Los elementos $m_{i,j}^k$ correspondientes a subárboles que no contienen nudos de bifurcación, son los costes de la red de dicho subárbol siendo todas las ramas del subárbol, las líneas de baja tensión. Estos elementos se calculan únicamente una vez. Si el subárbol contiene nudos de bifurcación, el valor del elemento se obtendrá a partir de las matrices de las trayectorias que parten de dichos nudos

de bifurcación. Estos elementos se calcularán múltiples veces en función de los cortes que se realizan en el resto del árbol, siendo su valor función de dichos cortes.

En el ejemplo de la figura 1.16, se representan en gris claro los elementos de las matrices que se obtienen directamente y, en gris oscuro, aquellos cuyo cálculo no es inmediato por depender de otras trayectorias diferentes a la que está asociada la matriz.

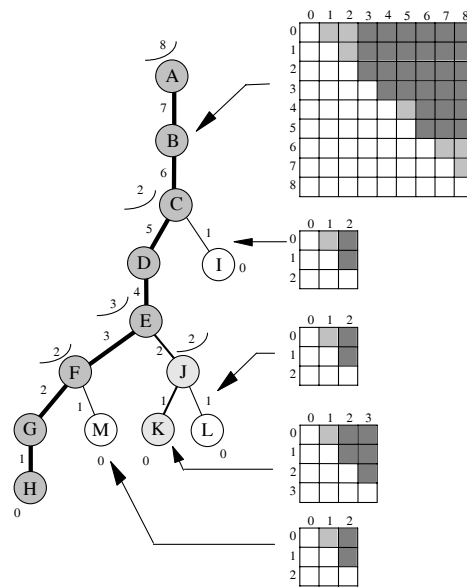


Figura 5.16 Matrices asociadas a cada trayectoria del árbol

Dado un nudo de una trayectoria que es un nudo de bifurcación, implica que los valores de los elementos de la matriz que no se pueden obtener directamente por su causa sean los situados entre:

- las filas comprendidas entre la primera y la definida por la rama anterior al nudo de bifurcación.
- las columnas comprendidas entre la definida por la rama siguiente al nudo de bifurcación y la última.

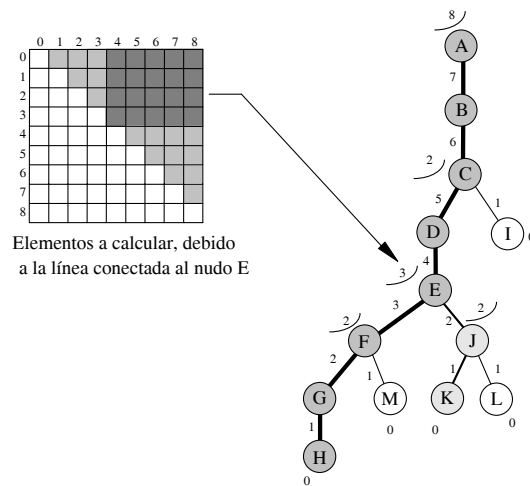


Figura 5.17 Elementos de la matriz de la trayectoria principal que dependen de los valores de la trayectoria conectada al nudo E.

Para calcular un elemento de la matriz correspondiente a un corte en el que existe un nudo de bifurcación, es preciso recalculer los elementos de las submatrices que se corresponden con dichas ramificaciones.

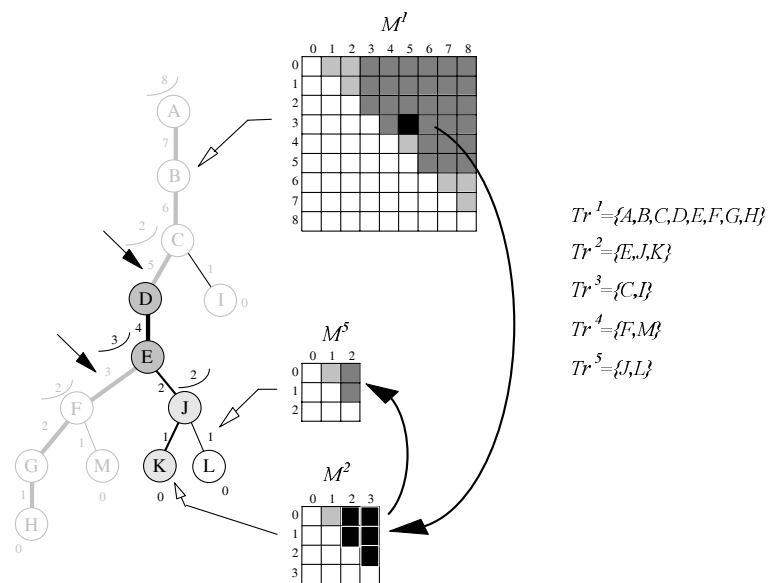


Figura 5.18 Relaciones de dependencia entre los elementos de las matrices, de diferentes trayectorias del árbol

En el ejemplo de la figura 5.18, para obtener el valor del elemento $m^l_{3,5}$ de la matriz M^l correspondiente a cortar la trayectoria Tr^l por las ramas 3 y 5 indicadas por las flechas en el dibujo, es necesario calcular previamente los elementos de la matriz M^2 y resolver con ellos el camino de mínima longitud del grafo G^2 . Pero a su vez, para obtener el valor de cada uno de los elementos de la matriz M^2 representados en negro, es preciso calcular previamente la matriz M^5 y resolver el camino de mínima longitud del grafo G^5 obtenido en cada caso.

De todos modos, si ya fueron calculadas las matrices M^2 y M^5 en algún paso anterior, únicamente se recalcularán aquellos elementos que se modifican y, que son los de la última columna de cada matriz.

5.4.2 Relación entre los elementos de las diferentes matrices

En general, todo elemento de una matriz M^k que no pertenezcan a la última columna se calcula únicamente una vez, incluyendo también a aquellos que fueron obtenidos de forma recursiva. La razón de que los valores de los elementos $m^k_{i,j}$ no pertenecientes a la última columna solamente se calculen una vez, es que su valor no depende de la matriz que implicó su cálculo, puesto que representan los cortes en la trayectoria Tr^k que implican subárboles en el que no existen nudos pertenecientes a trayectorias de orden inferior del conjunto $TR(A_{min})$. Sin embargo, los elementos $m^k_{i,n}$ de la última columna, n , corresponden a cortes en los que existen nudos de trayectorias de orden inferior del conjunto $TR(A_{min})$, por lo que en cada caso son distintos.

En el ejemplo de la figura 5.18, para poder calcular el elemento $m^l_{3,5}$ de la matriz M^l , es necesario calcular los elementos de la matriz M^2 y, para obtener el elemento $m^2_{1,3}$ de se tiene un subárbol formado por los elementos $\{D, E, J, L\}$, siendo necesario, a su vez, calcular previamente la matriz M^5 . Para obtener el mismo elemento $m^2_{1,3}$ para poder calcular el elemento $m^l_{3,6}$ de la matriz M^l , se tiene un subárbol formado por dos nudos más $\{C, D, E, I, J, L\}$, siendo necesario, en este segundo caso, calcular previamente las matrices M^3 y M^5 (ver figura 1.19). En conclusión, sus valores serán diferentes por ser los subárboles distintos.

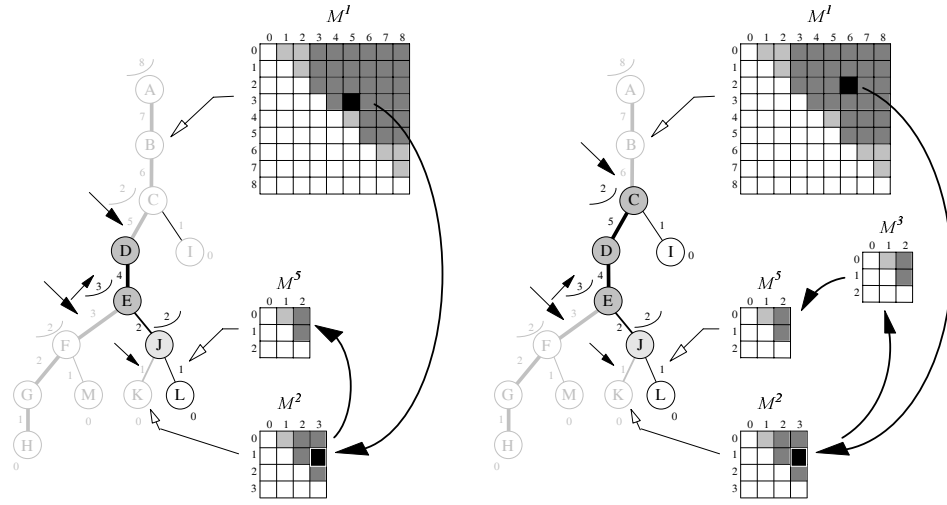


Figura 5.19 Ejemplos de diferentes relaciones de dependencia entre las matrices en función del elemento a calcular

Si un elemento $m_{i,j}^k$ de una matriz M^k no existe, es decir, que su coste es *infinito*, todos los elementos cuya fila sea menor o igual a i y columna mayor o igual a j tampoco existirán. Como el valor del elemento $m_{i,j}^k$ representa el coste del subárbol $A_{i,j}^k$, si su coste es infinito, quiere decir que el subárbol es *infactible*.

Cuando el subárbol $A_{i,j}^k$ representa la red de baja tensión con todas las ramas del subárbol iguales a las líneas de baja tensión y con un único nudos de transformación MT/BT. Que el coste de un subárbol de este tipo sea infactible implica que es imposible distribuir en baja tensión para todos esos nudos. Cuando el subárbol $A_{i,j}^k$ es realmente un conjunto de subárboles, que a su vez pueden ser otro subconjunto de subárboles, el elemento $m_{i,j}^k$ que se refiere a su coste es igual al coste óptimo del conjunto de subárboles de red de baja tensión que contiene. Si su coste es infinito, quiere decir que no existe solución para alguno de los subárboles incluidos en él, iguales a los del primer tipo mencionado. En ambos casos, si es imposible encontrar una red de baja tensión para el subárbol $A_{i,j}^k$, se puede garantizar que todo subárbol que lo contenga también será infactible. Todos los elementos de la misma matriz cuya fila sea menor o igual a i y columna mayor o igual a j se corresponden con los árboles que lo contienen y, por tanto, su valor también será infinito (figura 1.20).

$$\exists i, j / m_{i,j}^k = \infty \Rightarrow m_{r,s}^k = \infty \quad \forall r \leq i, \quad \forall s \geq j \quad (5.12)$$

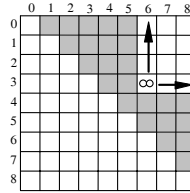


Figura 5.20 Si un elemento es infinito, también lo son los situados encima y a su derecha

La existencia de elementos m_{ij}^k de valor infinito es muy habitual, siendo esta la razón de que se pueda emplear este algoritmo para el tipo de redes propuestas y no para otras, como se comentará más adelante. Para aprovechar esta circunstancia y reducir el número de cálculos, de forma que se pueda saber de antemano aquellos casos que pueden tener coste infinito, el orden de cálculo de los elementos de la matriz debe ser uno de los dos siguientes:

- **Por filas:** en orden de mayor a menor y para cada fila, desde el elemento de la menor columna (siguiente a la diagonal) hasta el mayor no infinito. Si se obtiene un elemento infinito para una fila, en todas las restantes filas menores, se calcularán los elementos hasta como máximo la columna anterior en la cual se obtuvo el valor infinito.

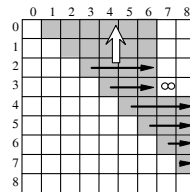


Figura 5.21 Cálculo de la matriz por filas

- **Por columnas:** en orden de menor a mayor y para cada columna, desde el elemento de la mayor fila (anterior a la diagonal) hasta el menor no infinito. Si se obtiene un elemento infinito para una columna, en todas las demás mayores, se calcularán los elementos hasta la fila siguiente.

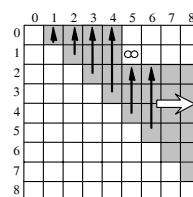


Figura 5.22 Cálculo de la matriz por columnas

En todas aquellas filas de la matriz donde se obtenga un valor infinito para un elemento no perteneciente a la última columna, se sabrá de antemano que valores no es necesario calcular en la última columna cuando se precisa recalculer la matriz. Es decir, que si un elemento de la última columna no existe, por aparecer un valor infinito en un elemento de la misma fila, pero de otra columna, dicho elemento de la última fila siempre será infinito.

Un caso particular de aparición de valores infinitos se refiere a los casos en que aparezca en un elemento contiguo a la diagonal de la matriz (último elemento de una columna o primero de una fila), excepto si es el elemento de la última columna y penúltima fila. En este caso, el proceso se puede detener, porque implica que no existe ninguna red factible, ya que el coste de la red interna a un nudo aislado tiene coste infinito y, por tanto, el conjunto total también será infactible. Si ocurre esto, la función empleada para calcular el coste de la red interior a un núcleo es inadecuada, puesto que nunca debe dar soluciones infactible para un nudo independiente.

Por otro lado, Si el elemento de valor infinito es el de la última columna y penúltima fila, implica igualmente que la red es infactible y, no es necesario calcular los restantes elementos de dicha matriz M^k ni del grafo G^k asociado. Sin embargo a diferencia del caso anterior, si en este caso el subárbol al que corresponde el valor de dicho elemento de la matriz no está formado por un único nudo (ver la figura 1.23), la única implicación que tiene es que provoca un valor infinito en el elemento de la matriz procesada anteriormente que provocó el cálculo de la matriz M^k . En el caso de que el subárbol estuviese formado por un único nudo, no existe solución, por la misma razón que en los casos de valores infinitos contiguos a la diagonal, comentado anteriormente.

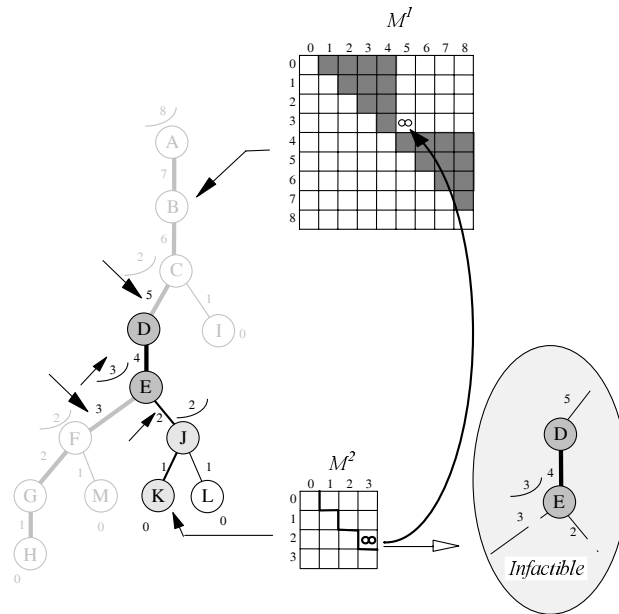


Figura 5.23 Ejemplo de subárbol infactible

5.5 Obtención del camino de mínima longitud en un grafo G^k .

En el apartado anterior, se explicó que representa cada elemento de las matrices, pero para aquellos cuyo valor se obtiene a partir de los elementos de otra matriz, no se detalló la forma de obtener el valor a partir del grafo G^k . El valor del elemento $m_{r,s}^q$ de una matriz M^q que depende de una matriz M^k , es igual al coste de la solución óptima del grafo G^k asociado a la matriz M^k . Pero además, como ya se comentó anteriormente, los elementos de dicha matriz, M^k , pueden ser recalculados múltiples veces, implicando un grafo diferente en cada caso y, con diferentes resultados en cada caso.

La búsqueda del camino de mínima longitud en un grafo, G^k , asociado a la matriz M^k , se puede plantear como un problema de optimización lineal. Dado un camino cualquiera C_G^k en el grafo G^k , su coste Ψ_{CG^k} es igual a:

$$\Psi_{C_{G^k}} = \sum_{(i,j) \in R_{G^k}} m_{i,j}^k \cdot x_{i,j}^k \quad / \quad x_{i,j}^k = \begin{cases} 0 & \text{si } (i,j) \notin C_{G^k} \\ 1 & \text{si } (i,j) \in C_{G^k} \end{cases} \quad (5.13)$$

siendo:

$m_{i,j}^k$ el coste de la rama (i,j) del grafo.

$x_{i,j}^k$ la variable entera que indica si la rama (i,j) pertenece a camino.

El algoritmo de optimización lineal busca el camino C_{min} que minimiza el coste, con la restricción de que su origen y destino son los nudos 0 (inicial) y n (final) del grafo, respectivamente.

$$\Psi_{C_{min}} = \min \{ \Psi_{C_{G^k}} \} = \min \left\{ \sum_{(i,j) \in R_{G^k}} m_{i,j}^k \cdot x_{i,j}^k \right\} \quad (5.14)$$

sujeto a las restricciones:

$$\sum_{\forall (i,j) \in R_{G^k}} x_{i,j} - \sum_{\forall (k,i) \in R_{G^k}} x_{k,i} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 0 \in N_{G^k} \\ -1 & \text{si } i = n \in N_{G^k} \\ 0 & \text{si } i \in N_{G^k}, i \neq 0, i \neq n \end{cases} \quad \forall i \in N_{G^k} \quad (5.15)$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in R_{G^k}$$

Para la optimización se han empleado los algoritmos de Dijkstra, debido a que conocido el coste mínimo, se puede obtener cual es la combinación de ramas que determina dicho coste y, como cada grafo se calculará múltiples veces, se podrá agilizar el cálculo de los nuevos casos en base a los resultados obtenidos la primera vez que se ejecutan los algoritmos.

Es necesario definir una variable para cada nudo, v_i , en la que se va a almacenar el coste de los distintos caminos desde el nudo origen 0 hasta el citado nudo i , siendo su valor final igual al coste del camino mínimo desde el nudo origen hasta él. Además, se va a definir otra variable pr_i , que indicará cual es el nudo predecesor en el camino que pasa por el nudo i .

En el cálculo de la red de baja tensión, aquí planteado, los costes de las ramas del grafo G^k , corresponden a los costes de los subárboles obtenidos mediante cortes de una trayectoria Tr^k y, por tanto, se puede garantizar que los valores de los costes de las ramas que salen de un nudo i del grafo son crecientes, cuanto mayor es el orden del nudo destino j . Pero además, el grafo es unidireccional, no existiendo ningún conjunto de ramas del grafo que formen un lazo, siguiendo los sentidos de las ramas (la matriz M^k es triangular superior). Esto implica que el valor de la variable v_j de cada nudo depende únicamente de los valores de las variables de los nudos anteriores.

El primer algoritmo de Dijkstra se puede simplificar, a partir de la matriz M^k y de los vectores $V^k = \{v_j / j \in N_G^k\}$ y $Pr^k = \{pr_j / j \in N_G^k\}$, quedando formado por los siguientes pasos:

1. Inicializar todas las variables a infinito, excepto la del nudo origen que se inicializa a cero. A la variable p que, indica el nudo en proceso se le asigna el valor del nudo inicial, 0 .

$$\begin{aligned} v_0 &\leftarrow 0, \quad 0 \in N_{G^k} \\ v_i &\leftarrow \infty, \quad \forall i \in N_{G^k}, \quad i \neq 0 \\ pr_j &\leftarrow j, \quad \forall j \in N_{G^k} \end{aligned} \quad (5.16)$$

1. el valor de v_p es igual al mínimo de las sumas, para todas las filas j anteriores a la p y conectados mediante la línea (j,p) , de v_j más $m_{j,p}^k$. El nudo que implica el valor mínimo, será el predecesor del nudo j .

$$\begin{aligned} v_p &\leftarrow \min_{\forall j < p} \{v_j + m_{j,p}^k\} \\ pr_j &\leftarrow i \quad / \quad (v_i + m_{i,p}^k) = v_p \end{aligned} \quad (5.17)$$

1. Si p es menor que n (último elemento del grafo), se incrementa p en una unidad. Si p es igual a n se finaliza el proceso siendo el coste mínimo igual a $\Psi_{Cmin} = v_n$.

Para obtener el conjunto de nudos que implican dicho coste, no será preciso realizar otro algoritmo de Dijkstra, puesto que recorriendo la secuencia de predecesores desde el nudo final hasta el inicial, se obtienen todos los pertenecientes a la solución. Los pasos de que se compone son:

1. Se comienza con p igual a n .
2. Si p es el nudo inicial, finaliza el proceso y, en caso contrario, el nudo p se añade al conjunto de soluciones.
3. A la variable p se le asigna el valor de su predecesor y se repite el proceso desde el punto 2.

$$p \leftarrow pr_p$$

Sea la matriz M^k con su grafo asociado G^k de la figura 1.24, compuesto por 9 nudos (del 0 al 8) y con 25 ramas.

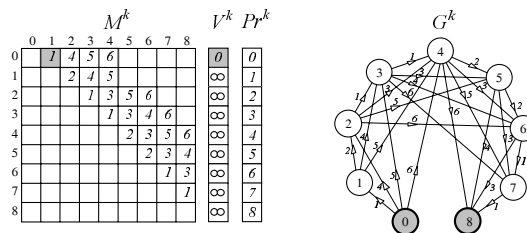


Figura 5.24 Matriz M^k y grafo asociado G^k

Los 8 pasos para el cálculo de los valores de las variables v_j del vector V^k son los representados en la figura 1.25. El coste total del camino mínimo es igual a $\Psi_{Cmin}=10$. Para el ejemplo anterior, existen varias soluciones con igual coste, puesto que el valor de las variables v_5 y v_6 se pueden obtener a partir de varias filas diferentes.

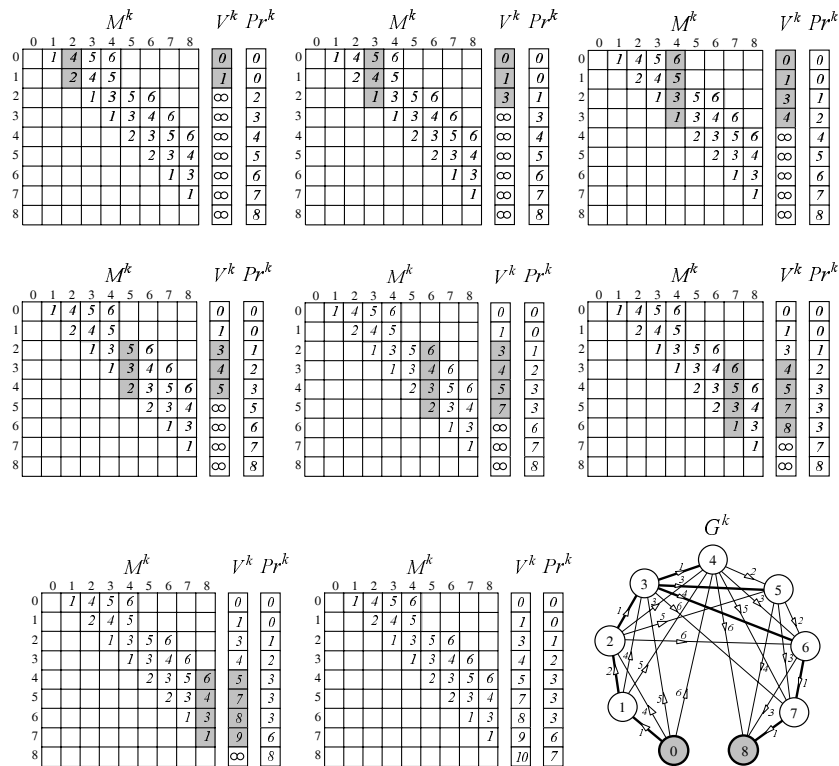


Figura 5.25 Obtención de los caminos de mínima longitud a cada nudo del grafo

Las diferentes alternativas de obtención del valor de v_5 no implican diferentes soluciones si se seleccionase como su predecesor al nudo 4, puesto que el nudo 5 no pertenece a ninguna de las dos, mientras que en el caso del nudo 6 su predecesor también podía ser el nudo 4, dando como resultado otro distinto, aunque de igual coste soluciones (figura 1.26).

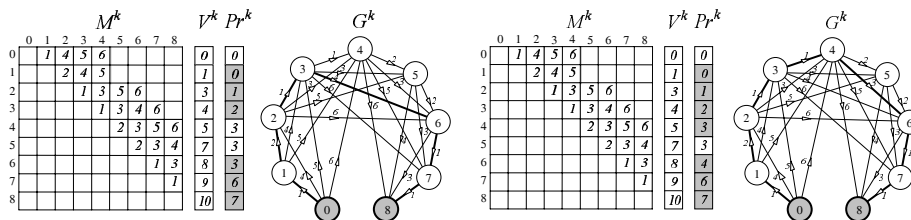


Figura 5.26 Dos caminos de mínima longitud equivalentes

En el caso de que la matriz M^k corresponda a una trayectoria Tr^k diferente a la principal, será necesario calcular el camino de mínimo coste varias veces. En cada caso, únicamente varía la última columna de la matriz y, por tanto, únicamente será preciso recalcular el valor de las variables v_n y pr_n , lo que implica que si se conservan los valores de los vectores V^k y Pr^k solo hay que realizar un par de operaciones para calcular el coste del nuevo camino obteniéndose los elementos que forman el camino a partir de la secuencia de predecesores del último nudo.

En el ejemplo anterior, si varían los valores de la última columna de la matriz M^k , los únicos elementos que pueden existir son los de las filas correspondientes a los nudos mayores o igual al 3, puesto que para los anteriores su coste se sabe que es infinito, y el camino estará formado por una de las ramas indicada con puntos más las restantes ramas necesarias hasta llegar al nudos origen de las representadas en la figura 1.27, en forma de árbol (caminos mínimos a cada nudo).

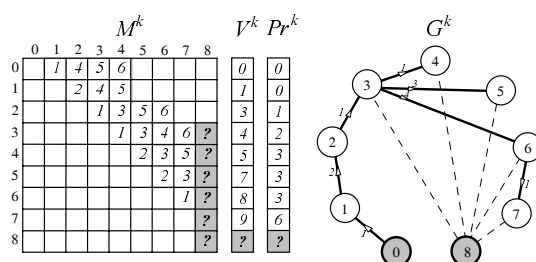


Figura 5.27 Posibles trayectorias para diferentes valores de la última columna de la matriz M^k

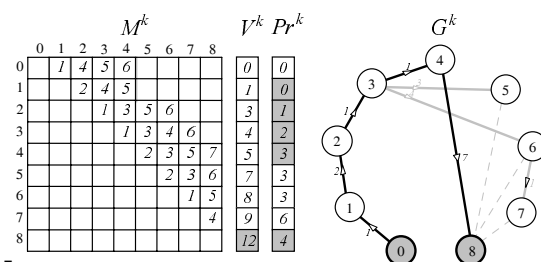


Figura 5.28 Trayectoria obtenida para los nuevos valores de la matriz a partir del grafo de la figura 5.27

5.6 Llenado de matrices y número de operaciones necesarias

En la mayoría de los árboles, los grupos de nudos unidos por redes de baja tensión tendrán pocos elementos, siendo muy pocas veces superior a cuatro o cinco elementos. Por lo tanto, las matrices tendrán únicamente los elementos próximos a la diagonal.

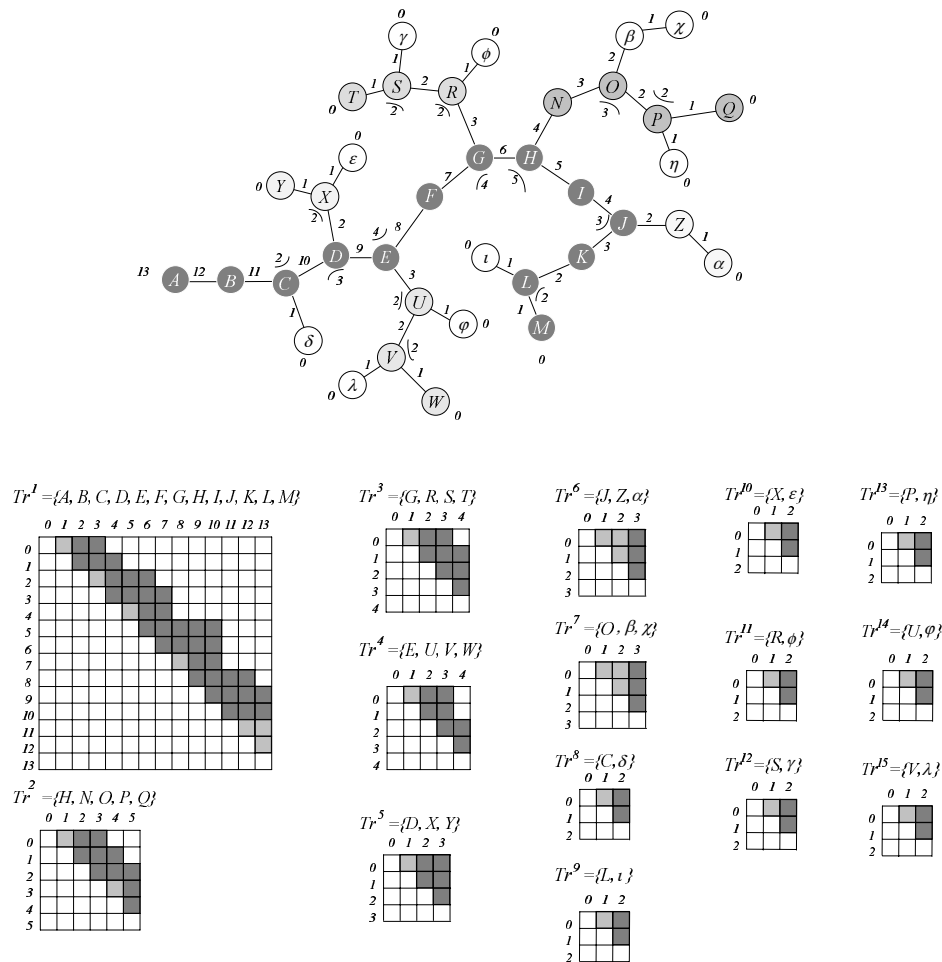


Figura 5.29 Elementos de las matrices que requieren el cálculo previo de otras matrices

En la figura 5.29 se representa un árbol y las matrices de coste de todas las trayectorias, indicándose en gris oscuro aquellos elementos para los cuales es preciso precalcular la matriz de otra trayectoria. En el cálculo de la última columna de todas las matrices, excepto en la principal, puede ser necesario precalcular la matriz de otra trayectoria en función de cual es el corte en la trayectoria anterior y, por lo tanto, se indicaron siempre en gris oscuro.

El número total de operaciones necesarias para resolver un árbol se puede calcular, una vez se han definido todas las trayectorias. Para ello, hay que tener en cuenta que, para obtener un elemento de una matriz de una línea puede ser necesario precalcular antes la matriz de una o varias trayectorias que parten de él. Por lo tanto el proceso de determinación del número total de operaciones se comienza desde las trayectorias finales hacia la principal. En el ejemplo de la figura 5.29, de 37 nudos y 15 líneas, el número de grupos para los que se calcula el coste es de 1.269. El método exhaustivo implicaría calcular más de $6 \cdot 8 \cdot 10^{10}$ bosques (combinaciones de grupos), pudiendo tener cada uno de ellos entre 1 y 37 elementos, para los que habría que calcular su coste.

Para determinar el número total de grupos para los que se calcula el coste de su red de baja tensión, hay que tener en cuenta que:

1. Los elementos no pertenecientes a la última columna de cada matriz solo se calculan una vez.
2. El número de operaciones necesarias para calcular el coste de un corte de una trayectoria (cada elemento de una matriz), en función de las líneas secundarias conectados a ella, es:
 - si no tiene nudos de bifurcación, es igual a 1.
 - si tiene un nudo de bifurcación, es igual al número total de operaciones necesarias para calcular la última columna de la matriz asociada a la trayectoria que parte de dicho nudo.
 - Si tiene varios nudos de bifurcación o varias trayectorias partiendo de dicho nudo, es igual al producto del número total de operaciones necesarias para calcular la última columna de cada una de las matrices asociadas a las trayectorias que parten de dichos nudos.
3. El número total de operaciones es igual a la suma de las operaciones necesarias para obtener la matriz de la línea principal más todos los

nudos situados entre los nudos D y H de la trayectoria principal (ver figura 1.31).

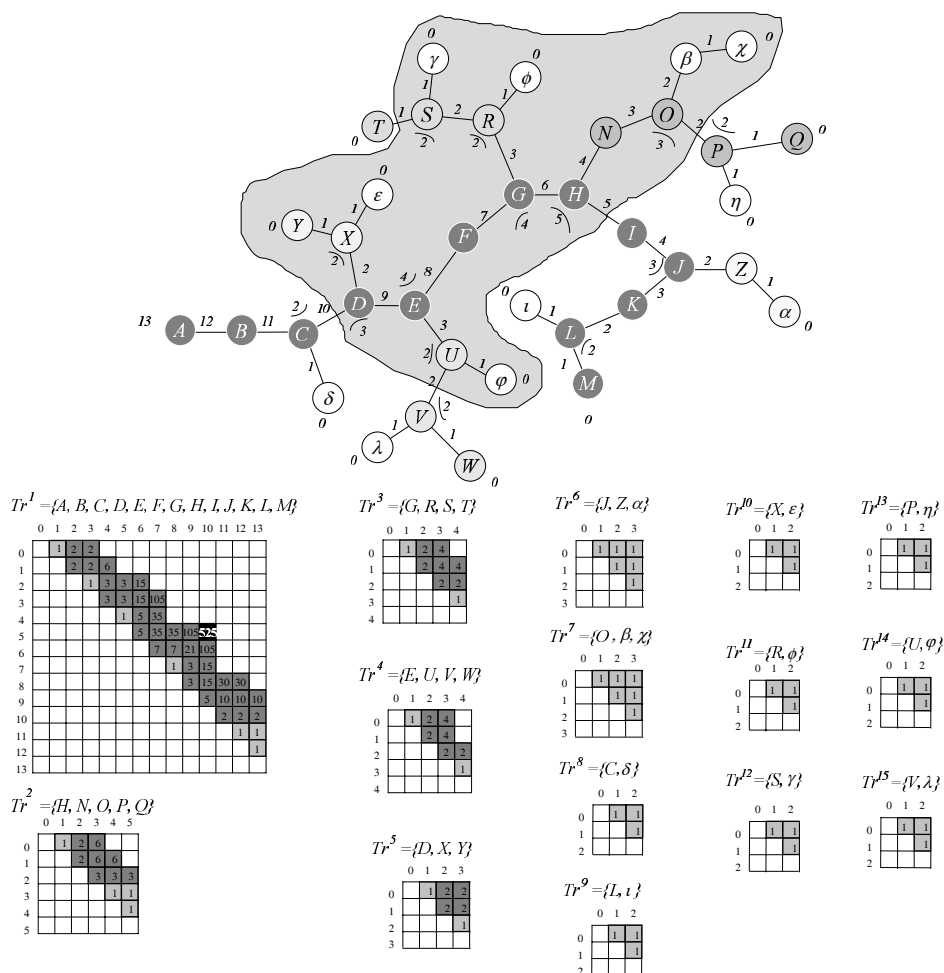


Figura 5.31 Número de operaciones necesarias para obtener cada elemento de las matrices

5.7 Ejemplos

El ejemplo presentado corresponde a la provincia de Pontevedra, empleando como nudos a las 5.566 entidades singulares de población del Nomenclator del INE, conocidas las coordenadas, el número de viviendas y su dispersión. En la figura 1.32 se representan dichos nudos y el árbol de mínima distancia, con 2.802 Km de longitud. En el cálculo de costes se va a considerar la red interior al núcleo (modelo Planer presentado en el apéndice C).



Figura 5.32 Entidades singulares de Pontevedra y árbol mínimo que las une

La red de baja tensión obtenida, es la representada en la figura 1.33, con un total de 678'2 Km. de línea. Dicha red conecta los núcleos en torno a los 3.374 centros de transformación o grupos, en el caso de núcleos grandes.

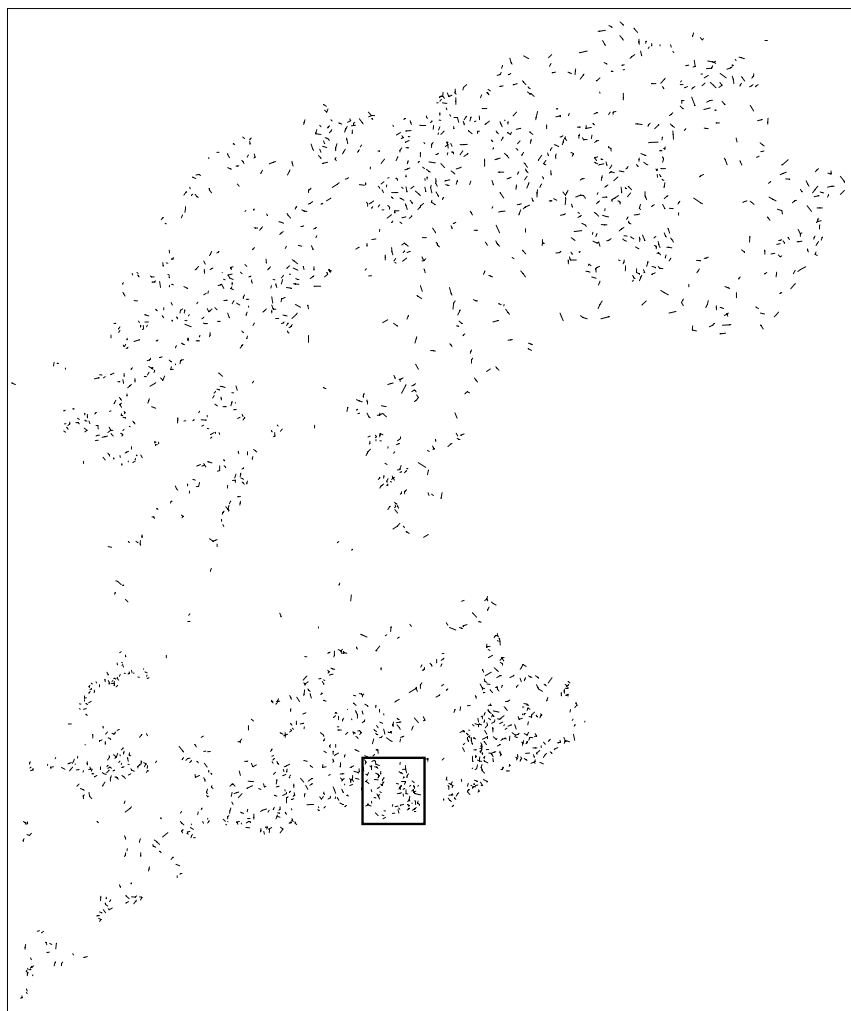


Figura 5.33 Red de baja tensión entre las entidades singulares de Pontevedra

La red se calculó permitiendo que los centros de transformación se ubicasen libremente, obteniéndose un total de 1.803 centros de transformación situados en núcleos y 1.571 que están situados en el medio de la red. El número de tipos de líneas diferentes que se emplearon fue de 5. En la figura 1.34 se representa la red obtenida en el área marcada en la figura 5.33.

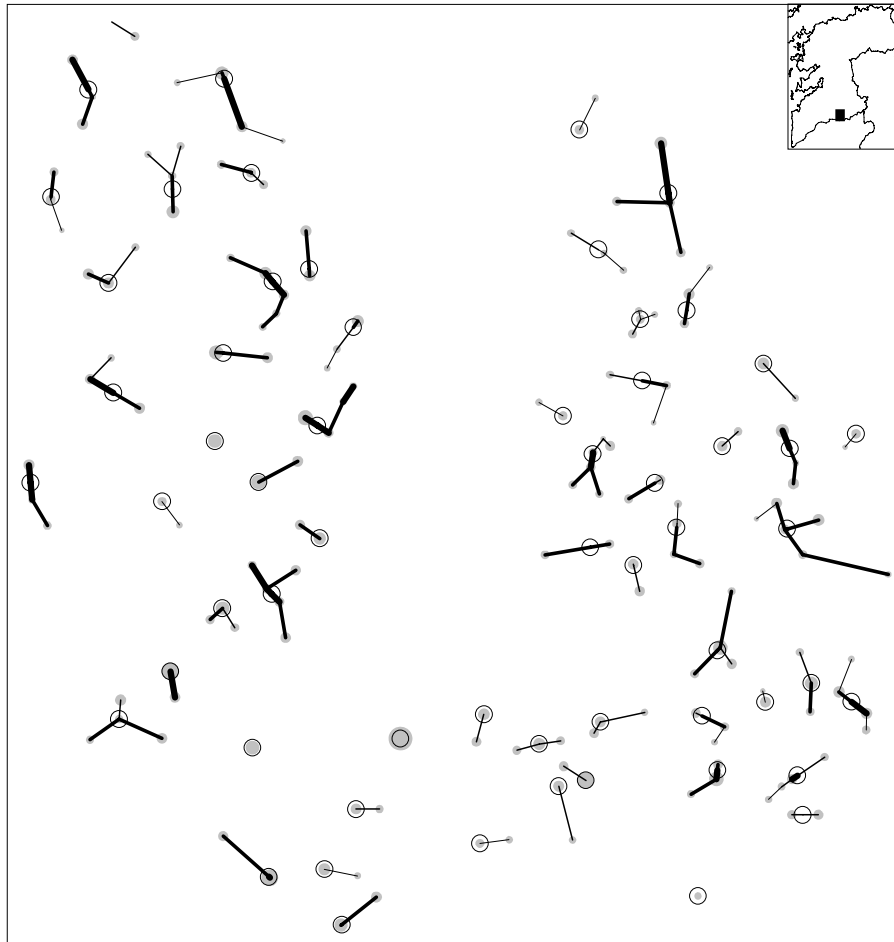


Figura 5.34 Red de baja tensión del área marcada en la figura 5.33

Si se fuerza a que los centros de transformación se ubicasen siempre en un nudo, se obtienen un total de 3.493 núcleos con centros de transformación, con un incremento de 119. La longitud de la red exterior de baja tensión es de 617'5 Km, con una reducción de 60'8 Km. En la figura 1.35 se representa la red de la misma zona que en la figura 5.34. Las zonas marcadas en gris son aquellas en las que ha cambiado la configuración de la red, si bien, en el resto también han cambiado las posiciones de algunos centros de transformación y la sección de algunos conductores.

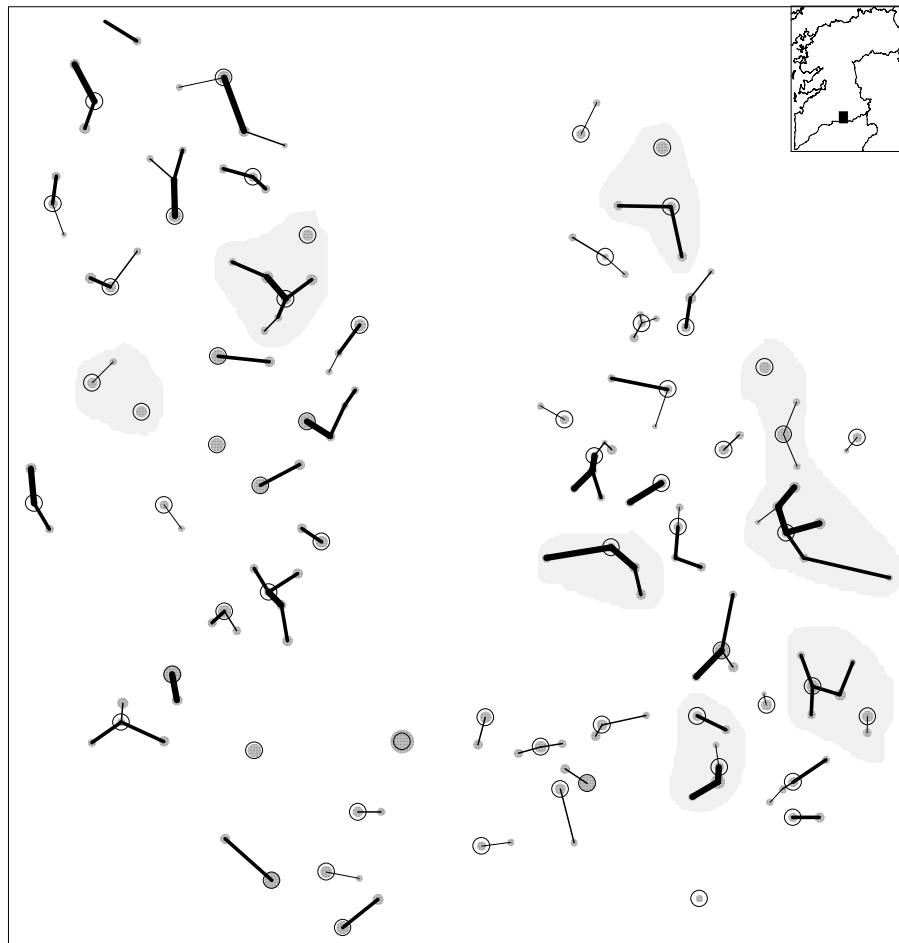


Figura 5.35 Red de baja tensión del área marcada en la figura 5.33

Capítulo 6

Optimización de la red de baja tensión interior a núcleos de población

Las redes de distribución de baja tensión se caracteriza por tener una arquitectura radial y, por tanto, la red óptima será un bosque de árboles formados por las cargas y líneas conectadas a cada uno de los centros de transformación. Cuando la zona donde se quiere realizar la distribución es un área urbana, el trazado estará restringido al trazado de las calles, no estando permitido el cruce de las calles en cualquier punto. Por tanto, es preciso determinar el grafo de posibilidades para poder calcular la red. En el caso de zonas rurales, con gran dispersión de la carga, el trazado suele ser libre, por lo que en general, las líneas tendrán un trazado que coincidirá con las distancias menores entre las cargas, incluyendo a las ramas del árbol de mínima distancia. En ambos casos, se partirá siempre de un grafo más o menos mallado.

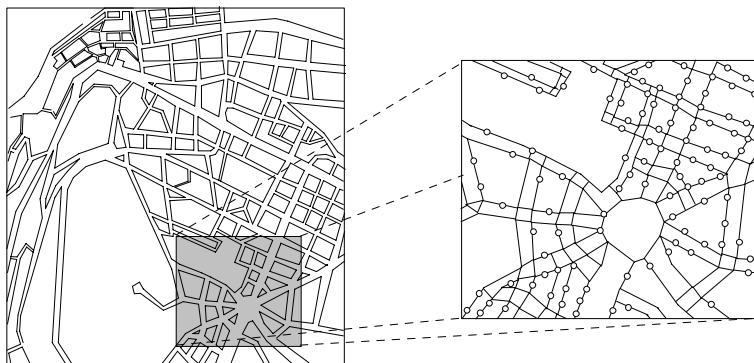


Figura 6.1 Grafo asociado a una zona urbana

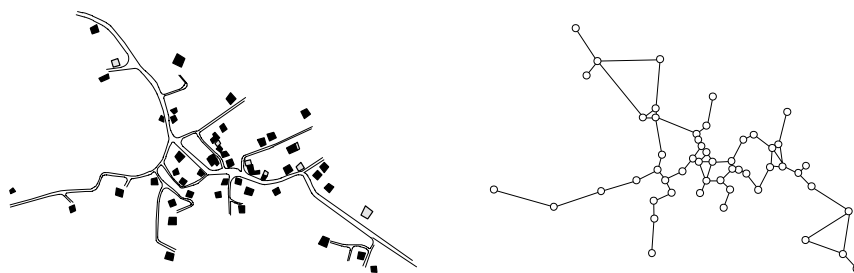


Figura 6.2 Grafo asociado a una zona rural

Para obtener la solución óptima de la red de baja tensión, se propone un algoritmo heurístico pertenece al grupo de los métodos de optimización conocido como programas de evolución. El método empleado utiliza técnicas de estrategias de evolución y es del tipo denominado $(\mu+\lambda)$ -EE.

El programa de evolución propuesto permite determinar la red de baja tensión restringida a un árbol completo, mediante la selección de las ramas del árbol que pertenecen a la red de baja tensión. Mediante los operadores genéticos se va modificando el conjunto de ramas pertenecientes a la red, de forma que en sucesivos pasos se evolucione a redes de un coste menor. Para la evaluación de una configuración concreta de la red, se emplearán el método propuesto en el capítulo 4.

Debido a que el espacio total de soluciones es un grafo mallado y, el algoritmo evolutivo propuesto solamente busca la solución dentro de un árbol, es necesario implantar una función que vaya modificando el árbol, para poder considerar aquellas ramas del grafo no pertenecientes al árbol. Inicialmente se empezará ejecutando el algoritmo sobre el árbol de mínima distancia, el cual se irá modificando, con la intención de que evolucione hacia uno de los muchos árboles que contienen a la solución óptima.

6.1 Algoritmo evolutivo

El procedimiento propuesto para obtener la red de baja tensión óptima restringida a un árbol completo se basa en un algoritmo evolutivo que, en sucesivas generaciones va obteniendo soluciones mejoradas a partir de unas soluciones iniciales. Las estrategias de evolución convencionales se caracterizan por tener una codificación paramétrica, mientras que el algoritmo

propuesto tiene una codificación entera. Por tanto, no se puede clasificar como una estrategia de evolución convencional. Sin embargo, tiene en común con las estrategias de evolución, el hecho de que el operador de mutación es auto-adaptativo y el operador de selección es elitista.

6.1.1 Codificación

El algoritmo parte de una población inicial P^0 , compuesta por μ individuos. Cada individuo, $\vec{a}_k^t$, de la población correspondiente a la generación t , está definido por:

$$\vec{a}_k^t = (\vec{x}_k^t, \vec{\sigma}_k^t) \in P^t, \quad 1 \leq k \leq \mu \quad (6.1)$$

donde

$\vec{x}_k^t$ es el vector que codifica un miembro del espacio de soluciones
 $\vec{\sigma}_k^t$ es el vector de desviaciones típicas de la distribución normal que condiciona al operador de mutación

cumpliendo que:

$$\begin{aligned} \vec{a}_k^t &\in I \quad / \quad I = B^n \times S^n \\ P^t &= \{\vec{a}_1^t, \vec{a}_2^t, \dots, \vec{a}_\mu^t\} \in I^\mu \end{aligned} \quad (6.2)$$

donde

B el conjunto binario $\{0, 1\}$.
 S el conjunto de parámetros de estrategia o modelo interno, que es igual a R^+ .

El algoritmo evolutivo propuesto no va a limitar el número máximo de generaciones que puede permanecer un individuo, ni existirá correlación entre los parámetros de estrategia, en el operador de mutación.

Se denotará como gen de un individuo, $g_k^t(i)$, a la pareja formada por cada elemento del vector $\vec{x}_k^t$ y su correspondiente valor asociado de $\vec{\sigma}_k^t$.

$$g_k^t(i) = (x_k^t(i), \sigma_k^t(i)) \mid x_k^t(i) \in \bar{x}_k^t, \sigma_k^t(i) \in \bar{\sigma}_k^t \quad (6.3)$$

por lo que, un individuo de la población se puede representar como:

$$\bar{a}_k^t = \{g_k^t(i) \mid 1 \leq i \leq n\} \quad (6.4)$$

El vector $\bar{x}_k^t$ formado por n elementos cuyos valores son 1 o 0, representa si una rama pertenece o no a la red de baja tensión, respectivamente. Dado que el espacio de soluciones está formado únicamente por las ramas de un árbol completo, la dimensión del vector, n , es fijo e igual al número de ramas del árbol y, por tanto, igual al número de nudos menos uno. Cada elemento se corresponde con una rama del árbol completo.

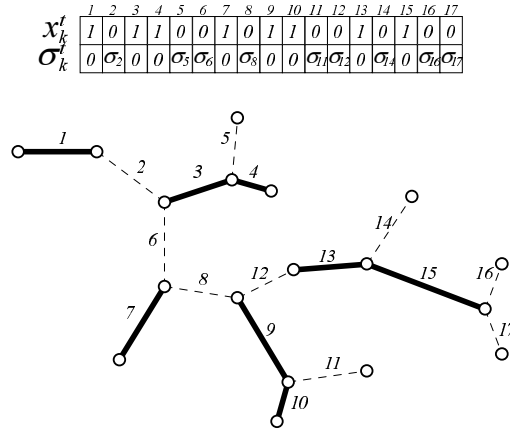


Figura 6.3 Individuo de la población y su codificación

Como se comentará en el apartado 6.1.2 referido al operador de mutación, son las ramas que no pertenecen a la red de baja tensión, $x_k^t(i)=0$, las directamente implicadas en la operación de mutación de un individuo, por lo que, dichas ramas son las que llevan asociadas los valores no nulos de la desviación típica de la distribución normal. Debido a que cada individuo y en cada generación las ramas no pertenecientes a la red de baja tensión son diferentes y su número es variable, el vector de desviaciones típicas $\bar{\sigma}_k^t$ también será de dimensión n

como el vector $\vec{x}_k^t$. Los elementos con valor $x_k^t(i)=1$ tendrán un valor de su desviación típica igual a 0, siendo mayor que cero para los casos de $x_k^t(i)=0$.

$$x_k^t(i) = \begin{cases} 0 \Rightarrow \sigma_k^t(i) > 0 \\ 1 \Rightarrow \sigma_k^t(i) = 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

6.1.2 Operador de mutación

El operador de mutación, $mut()$, es el principal operador genético del algoritmo. Al igual que en todos los procesos de evolución, se define de acuerdo a una distribución normal, de media cero, para que la probabilidad de que se produzcan cambios pequeños sea mayor que la probabilidad de grandes cambios. El operador de mutación se aplica sobre un individuo de la población, dando como resultado un nuevo individuo.

$$mut(): I \rightarrow I$$

En general, el operador de mutación en los algoritmos de evolución aplicado sobre el vector $\vec{x}_k^t$, consiste en sumarle a los diferentes elementos de un individuo un valor obtenido a partir de la distribución normal asociada a dicho elemento. En el algoritmo propuesto, el vector $\vec{x}_k^t$ es binario y no real, y la mutación va a consistir en mover sobre el grafo a las ramas del individuo que no pertenecen a la red (valor nulo de $x_k^t(i)$ en el cromosoma) a una nueva posición (figuras 1.5 a 1.7), la cual se determina a partir de la distribución normal asociada en el gen. Esto quiere decir, que el operador de mutación aplicado sobre el vector $\vec{x}_k^t$ implica cambiar la conexión de la red de baja tensión, cambiando grupos de nudos conectados a unos determinados árboles de la red de baja tensión para otros árboles contiguos.

El vector $\vec{\sigma}_k^0$ toma inicialmente un valor inicial de σ_0 para las elementos correspondientes a ramas que no pertenecen a la red y es nulo para el resto.

$$\sigma_k^t(i) = \begin{cases} \sigma_0 & si \ x_k^t(i) = 0 \\ 0 & si \ x_k^t(i) = 1 \end{cases} \quad (6.6)$$

Para que el algoritmo se auto-adapte, de forma que si evoluciona demasiado rápido dicha evolución se frene o, si es en sentido contrario se acelere, es conveniente aplicar el operador de mutación al vector de desviaciones típicas, $\vec{\sigma}_k^t$. La aplicación del operador de mutación al vector $\vec{\sigma}_k^t$, en este caso, es similar a los algoritmos de evolución convencionales. El vector de desviaciones típicas resultado de aplicarle el operador de mutación será:

$$\vec{\sigma}_k^t = \left\{ \sigma_k^{t-1}(i) \cdot e^{(z_0 + z_i)} \mid 1 \leq i \leq n \right\} \quad (6.7)$$

obteniéndose el valor de z_0 para cada individuo y, z_i para cada elemento, $\sigma_k^t(i)$, del vector, σ_k^t , de cada individuo en cada generación, siendo

z_0 el valor que toma una variable aleatoria de distribución normal de media cero y desviación típica τ_0
 z_i el valor que toma una variable aleatoria de distribución normal de media cero y desviación típica τ

$$z_0 \sim N(0, \tau_0^2) \quad z_i \sim N(0, \tau^2) \quad (6.8)$$

Los parámetros τ_0 y τ tienen valores fijos para todo el proceso, siendo importante su valor por el efecto en la evolución del algoritmo.

El operador de mutación se aplica primero al vector de desviaciones típicas, $\vec{\sigma}_k^t$, siendo los resultados obtenidos sobre dicho vector los que se van a emplear al aplicar el operador de mutación al vector $\vec{x}_k^t$.

La mutación del vector $\vec{x}_k^t$ consiste en cambiar la posición de los enlaces (ramas del árbol de mínima distancia no pertenecientes a la red de baja tensión representada por el vector $\vec{x}_k^t$), de forma que la probabilidad de cambio a ramas cercanas a su posición actual sea superior al cambios lejanos. La decisión de cambiar o no va implícita en la propia mutación, considerándola como un cambio a una rama de separación cero.

Conocido el nuevo valor de la desviación típica del enlace correspondiente a la rama i del árbol, $\sigma_k^t(i)$, se tomará un valor aleatorio para una variable n , a partir

de la distribución normal de media 0 y desviación típica $\sigma_k^t(i)$. La nueva posición del enlace, se seleccionará aleatoriamente con igual probabilidad, de entre todas las ramas del árbol mínimo, tal que el nivel o número de ramas hasta la rama i sea igual al valor absoluto de la parte entera de n .

$$n \sim N(0, \sigma_k^t(i)) \quad (6.9)$$

Si el valor absoluto de la variable n tiene un valor inferior a 1, la distancia de desplazamiento será nula, permaneciendo en la misma posición y cambiando únicamente cuando es mayor de 1.

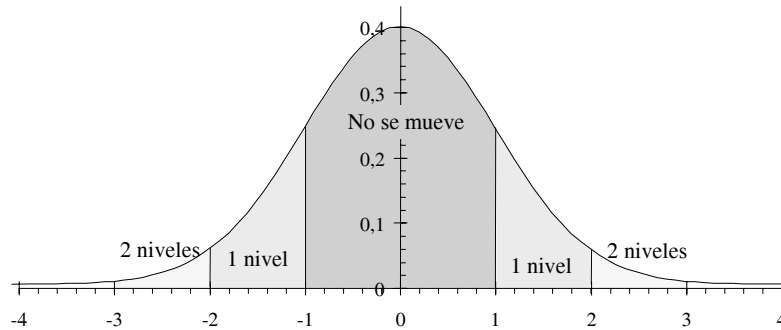


Figura 6.4 Niveles obtenidos para una distribución normal

Los enlaces con valores de su desviación típica grande, tendrán mayor probabilidad de cambiar su posición y de desplazarse a posiciones más alejadas, mientras que si su valor es pequeño, no se moverán casi nunca y, en caso de hacerlo, será a las posiciones contiguas.

Los cambios debidos a mover un enlace de una rama del árbol a otra, pueden ser:

- cambiar el centro de transformación al que está conectado una carga o un grupo de cargas.

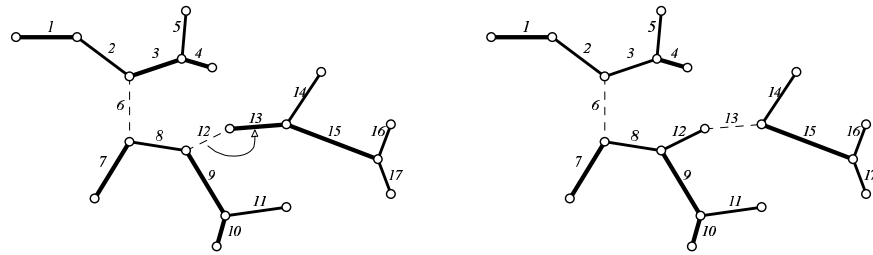


Figura 6.5 Mutación que provoca el cambio de grupo al que se conecta una carga

- dividir un grupo alimentado por un único centro de transformación en dos grupos y unir dos grupos en uno.

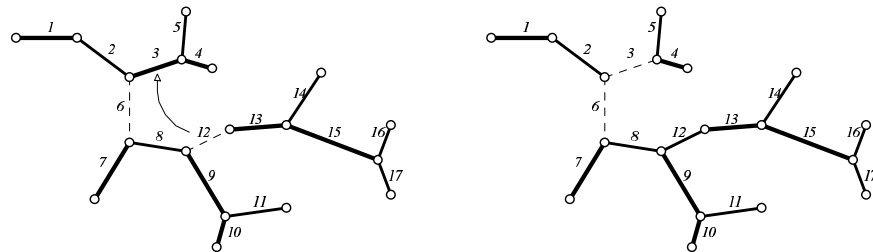


Figura 6.6 Mutación que provoca variaciones en varios grupos simultáneamente

- unir dos grupos diferentes en uno, con un único centro de transformación.

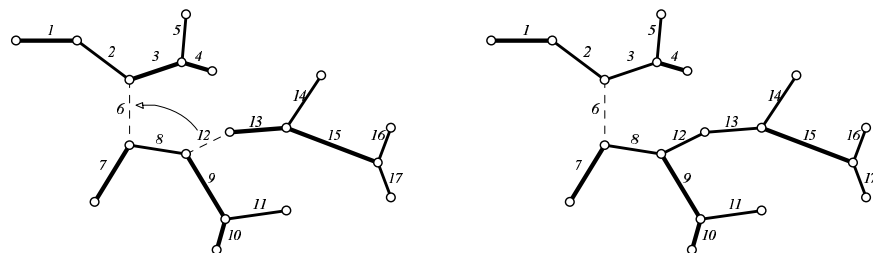


Figura 6.7 Mutación que provoca la unión de dos grupos

Todas estas variaciones pueden implicar simultáneamente el cambio de la posición de los centros de transformación de los grupos implicados, puesto que

para cada combinación de ramas, la posición del centro de transformación será la óptima.

En el ejemplo de la figura 1.8, únicamente en 2 de los 9 enlaces existentes se obtienen niveles que implican desplazamiento (ramas 11 y 16). La rama 16 se moverá 1 posición, por lo que las únicas opciones posibles son desplazarse a las ramas 15 o 17, de entre las cuales se seleccionó aleatoriamente y con igual probabilidad a la rama 15. En el caso de la rama 16, se desplazará 2 posiciones, siendo las ramas posibles la 8 y la 12. En este caso la seleccionada es la rama 12, que ya era enlace.

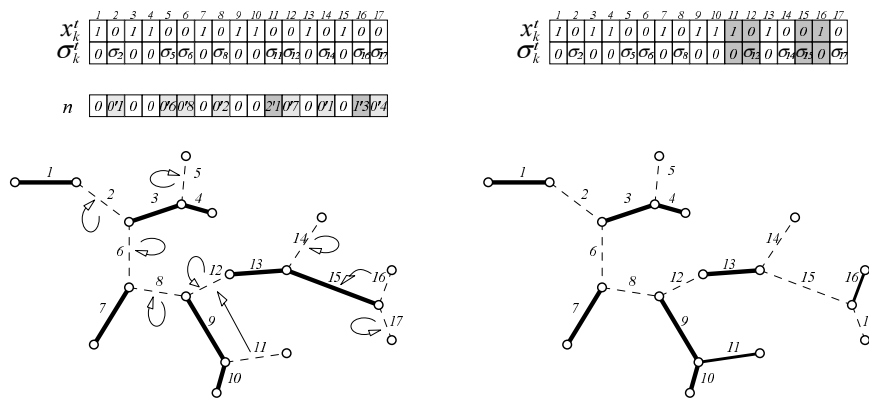


Figura 6.8 Resultado de mutar los genes de un individuo

6.1.3 Operador de recombinación

El operador de recombinación o cruce, $rec()$, pertenece al grupo denominado "bisexual", porque se aplica sobre dos individuos seleccionados de la población P' (padres). El resultado de aplicar el operador de recombinación sobre dos individuos es que, se obtienen dos nuevos individuos con características mezcladas de ambos padres.

$$rec(): I^2 \rightarrow I^2$$

La técnica empleada para aplicar la recombinación pertenece al tipo denominado "cruce uniforme", siendo cada gen de los descendientes elegido aleatoriamente de entre los correspondientes a los padres, de forma que, si un descendiente hereda el de uno de sus padres, el otro descendiente heredará el equivalente del otro padre.

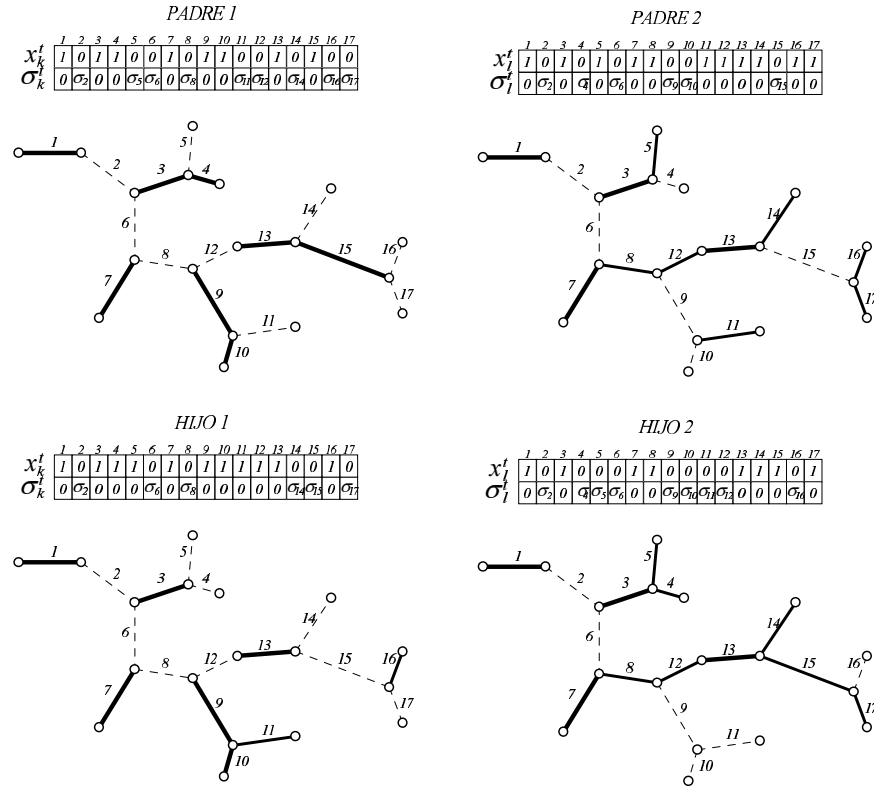


Figura 6.9 Resultado de aplicar el operador de recombinación a dos individuos de la población

El resultado de recombinar los genes de dos individuos (padres) para obtener dos nuevos individuos (hijos), tiene como características que:

- Las ramas de conexión entre cargas correspondientes a la red de baja tensión de cada uno de los hijos son las mismas que en uno de sus padres. Igualmente, los enlaces de los hijos que implican cargas no conectadas, son los mismos que en alguno de sus padres.
- Las posiciones de los centros de transformación no se heredan, puesto que se obtienen a partir de la red de baja tensión, situándose siempre en su posición óptima.

En las primeras generaciones, los individuos son generalmente muy diferentes, puesto que fueron obtenidos de forma aleatoria. La aplicación del operador de recombinación a una pareja de individuos suele implicar hijos que, aun teniendo las mismas ramas combinadas de sus padres, no se parecen mucho a ellos, puesto que la red de baja tensión va a estar compuesto por agrupaciones de cargas diferentes, con diferentes conexiones, posiciones distintas de los centros de transformación y las intensidades circulantes por las ramas tendrán, en muchos casos, sentidos contrarios. Cuando la población está más uniformizada (individuos parecidos), los cambios debidos al operador de recombinación son menores y, las modificaciones sufridas por los hijos respecto a sus padres, serán en aquellas zonas donde se diferencian los padres y en el entorno de dichas zonas, debido a la reubicación de los centros de transformación. En caso de que el operador de recombinación se aplique a dos individuos exactamente iguales (con igual vector x'_k) se obtendrán dos hijos iguales a sus padres, como debe ocurrir para un correcto operador de recombinación.

El operador de recombinación, se puede aplicar con distintas probabilidades para obtener la población descendiente, P_{rec} , pero en general, se han obtenido buenos resultados empleando una probabilidad del 100%.

6.1.4 Operador de selección

El operador de selección, $sel()$, que se va a emplear pertenece al tipo "elitista", seleccionándose como individuos miembros de la población de la siguiente generación a aquellos cuyos costes son los menores del conjunto formado por los individuos de la población más los obtenidos mediante los operadores de mutación y recombinación.

$$sel(): I^{\mu+\lambda} \rightarrow I^{\mu}$$

siendo μ el número de individuos que forman la población P^t y λ el número de individuos obtenidos mediante los operadores de cruce y recombinación, a partir de los μ anteriores.

Si $P^* \in I^*$ es el conjunto de los individuos obtenidos mediante los operadores de mutación y recombinación en la generación t , la población de la generación siguiente es:

$$P^{t+1} := \text{sel}(P^t \cup P^{t*}) \quad (6.10)$$

definida de forma que:

$$a_k^{t+1} = a_i^t \in P^{t+1} \Leftrightarrow \forall a_j^t \in P^t, a_j^t \notin P^{t+1} \quad f(a_j^t) < f(a_k^{t+1}) = f(a_i^t) \quad (6.11)$$

$$i, j \in \{1, \dots, (\mu + \lambda)\}, \quad k \in \{1, \dots, \mu\}$$

6.1.5 Función de evaluación

El problema de optimización planteado consiste en determinar la red de baja tensión de coste mínimo. Si se denomina x_{opt} a la solución óptima, representada por un vector codificado según se vio en el apartado de codificación, debe cumplirse que:

$$x_{opt} \Leftrightarrow f(x_{opt}) = \min \{f(x) \mid x \in M \subseteq B^n, \quad h_i(x) \geq 0, \quad \forall h_i \in H\} \quad (6.12)$$

donde

M es el espacio de soluciones factibles
 $f()$ es la función de evaluación
 H es el conjunto de restricciones

La solución óptima de la red de baja tensión buscada, será la red de menor coste, incluyendo inversión más pérdidas, que cumpla las restricciones de límite máximo de caída de tensión admisible, límite térmico de los conductores y capacidad máxima de los centros de transformación. Dichas restricciones de desigualdad forman el conjunto H .

$$H = \{h_i: R^n \rightarrow R, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m\}$$

siendo m el número de restricciones.

La función de evaluación empleada, $f()$, calcula el coste total correspondiente al bosque de árboles de la red de baja tensión codificada por cada vector binario x .

$$f: M \subseteq B^n \rightarrow R$$

siendo su valor, igual a la suma de los costes de la red de baja tensión representada por los árboles, A_i , más el coste de los centros de transformación, más los costes de la red de media tensión aproximada que los conecta.

La evaluación del coste de la red de baja tensión de un árbol (inversión más pérdidas) se basa en el método desarrollado en el capítulo 4, en el cual, también se analizan funciones simplificadas, en función de que se consideren unas u otras restricciones. Para el cálculo del coste de los centros de transformación (inversión más pérdidas) necesarios para cada alimentar los diferentes árboles de la red de baja tensión, se parte de la potencia de los nudos que forman cada árbol y, para obtener el coste de la red de media tensión (únicamente de inversión) que interconecta todos los centros de transformación se va a considerar que ésta coincide con el árbol de mínima distancia. La consideración de que la red de media tensión se puede considerar igual al árbol de mínima distancia es, por que lo se intenta es dar un cierto peso a dicha red en la red de baja tensión, sin buscar una optimización conjunta de ambas. Intentar realizar un cálculo más exacto de la red de media tensión requiere algoritmos cuyo tiempo de cálculo sería muy elevado, sin implicar por ello grandes diferencias en el resultado final, sobre todo en casos en que se analizan áreas de pequeña dimensión (municipios, barrios, etc.). El árbol de mínima distancia se puede obtener de una forma muy rápida mediante el algoritmo desarrollado en el apéndice A.

A la función f se le puede exigir el cumplimiento de diferentes restricciones:

- caída de tensión máxima admisible en la red de baja tensión
- límite térmico de los conductores de baja tensión
- límite de capacidad de los centros de transformación
- posición de los centros de transformación en cualquier punto de los árboles que definen la red o restringirlo a los nudos (cargas)
- uno o varios tipos de conductores posibles para las distintas ramas de la red de baja tensión
- conductor único para la red de media tensión

El método propuesto en el capítulo 4 permite determinar la posición óptima del centro de transformación y el coste de la red de baja tensión para cada árbol, tal que la red coincida con las ramas de dicho árbol. El problema es que en mucho

casos, se pueden tener árboles para los cuales es infactible encontrar una solución por no cumplirse alguna de las restricciones anteriormente mencionadas. La función f calculará siempre un coste, incluso si la red es infactible, de modo que dichos casos infactibles se penalicen, pero tengan un coste que permita mantener dicha red como individuo de la población, puesto que mediante los operadores de mutación y recombinación de redes infactibles se pueden obtener redes factibles. En el caso de que la red sea infactible, se considerará como posición del centro de transformación la solución en el caso de no existir restricciones de caída de tensión, incrementando los costes de la red en función de los siguientes criterios:

- Si la potencia de un centro de transformación es superior a la del mayor tipo permitido, la función f considerará el coste de tantos centros de transformación como sean necesarios para suministrar dicha potencia, tomando todos con el mayor tamaño posible.
- Si la restricción que no se cumple es la de máxima caída de tensión admisible, aquellas salidas que la incumplen se diseñarán empleando tantos conductores, iguales al de mayor sección, de forma que se cumplan las restricciones de caída de tensión en todos los nudos de dicha salida.
- Si la intensidad circulante por una rama es superior al límite térmico del conductor de mayor sección, se considerará el coste de tantos conductores de sección máxima como sean necesarios para garantizar que se cumpla la restricción y, en igual número para todas las ramas de la misma salida del centro de transformación. Se incrementan todas las ramas y no solo la afectada, porque podría no existir una solución de menor coste que cumpla las restricciones.

Si se quiere considerar como válida una configuración con conductores múltiples, estos se incluirán como un tipo distinto de conductor. Si ocurren simultáneamente varias situaciones infactibles en un individuo, se evaluará considerándolos todos.

Coste de la red de baja tensión

$$C_{A_i} = \begin{cases} C_{i, x_{CT}, j} & \text{si } \begin{cases} \Delta u_{k, x_{CT}} \leq \Delta U_{lim} & \forall k \in N_{A_i} \\ I_{k, l} \leq I_{max}^{t_{max}} & \forall (k, l) \in R_{A_i} \end{cases} \\ \sum_{\forall s_j \in S_{A_i}} C_{RBT}(s_j) & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (6.13)$$

si se incumplen las restricciones de caída de tensión, ΔU_{lim} , se determina la posición del centro de transformación sin restricciones, x_{CT} , calculándose para cada salida s_j respecto a dicha posición el número de conductores empleado en cada salida, n'_{s_j} :

$$n'_{s_j} = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta u_{k, x_{CT}} \leq \Delta U_{lim} , \forall k \in s_j \\ \min_{\forall k \in s_j} \left\{ n \mid \sum_{\forall (r, s) \in Tr(k, x_{CT})} \Delta u_{r, s}^{n, t_{max}} \leq \Delta U_{lim} \right\} & \text{si } \exists k \in s_j \mid \Delta u_{k, x_{CT}} > \Delta U_{lim} \end{cases} \quad (6.14)$$

el número de conductores empleado en una salida, si dicha salida es infactible por incumplir la restricción del límite térmico de los conductores es n'_{s_j} :

$$n''_{s_j} = \begin{cases} 1 & \text{si } I_{k, l} \leq I_{max}^{t_{max}} , \forall (k, l) \in s_j \\ \text{int} \left(\frac{I_{k, l}}{I_{max}^{t_{max}}} + 1 \right) & \text{si } I_{k, l} = \max \{ I_{r, s} , \forall (r, s) \in s_j \} > I_{max}^{t_{max}} \end{cases} \quad (6.15)$$

Por tanto, el número de salidas, n_{s_j} , a considerar será igual al mayor de los dos valores:

$$n_{s_j} = \max \{ n'_{s_j}, n''_{s_j} \} \quad (6.16)$$

el coste de cada salida será:

$$C_{RBT}(s_j) = \begin{cases} C_{A_{s_j}} & \text{si } n_{s_j} = 1 \\ n_{s_j} \cdot \sum_{\forall (k,l) \in s_j} C_{RBT}^{t_{max}} \left(\frac{I_{k,l}}{n_{s_j}} \right) & \text{si } n_{s_j} > 1 \end{cases} \quad (6.17)$$

siendo

n_{s_j}	el número de conductores empleados en la salida s_j
n'_{s_j}	el número de conductores empleados en la salida s_j debido a las restricciones de caída de tensión
n''_{s_j}	el número de conductores empleados en la salida s_j debido a las restricciones de límite térmico de los conductores
$Tr(i,j)$	trayectoria formada por las ramas y nudos situados entre i y j
$I_{i,j}$	intensidad que circula por la rama (i,j)
I_{max}^t	intensidad máxima admisible del conductor de tipo t
t_{max}	tipo de conductor de mayor sección
$\Delta u_{i,j}$	diferencia de tensión entre los nudos i y j
C_{Asj}	coste del subárbol definido por la salida s_j mediante el método propuesto en el capítulo 4

Coste de los centros de transformación

Si la potencia total de las cargas es mayor que la potencia máxima del mayor tipo de centro de transformador, t_{max} , el número de centros de transformación será:

$$n_{CT_{A_i}} = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{\forall r \in A_i} P_r \leq P_{max}^{t_{max}} \\ \text{int} \left(\frac{\sum_{\forall r \in A_i} P_r}{P_{max}^{t_{max}}} + 1 \right) & \text{si } \sum_{\forall r \in A_i} P_r > P_{max}^{t_{max}} \end{cases} \quad (6.18)$$

y el coste total de los centros de transformación

$$C_{CT}(A_i) = \begin{cases} \min_{t \in T_{CT}} \left\{ C_{CT}^t \left(\sum_{\forall r \in A_i} P_r \right) \right\} & \text{si } \sum_{\forall r \in A_i} P_r \leq P_{max}^t \\ n_{CT_{A_i}} \cdot C_{CT}^{t_{max}} \frac{\sum_{\forall r \in A_i} P_r}{n_{CT_{A_i}}} & \text{si } \sum_{\forall r \in A_i} P_r > P_{max}^t \end{cases} \quad (6.19)$$

siendo

$n_{CT_{A_i}}$	número de centros de transformación necesarios para alimentar el árbol A_i
$C_{CT}(A_i)$	coste del centro de transformación que alimenta en baja tensión al árbol A_i
P_r	la potencia de la carga situada en el nudo r
T_{CT}	conjunto de los diferentes tipos de centros de transformación, $T_{CT} = \{1, \dots, t_{max}\}$
P_{max}^t	potencia máxima admisible del centro de transformación del tipo t
$C_{CT}^t(P)$	coste del centro de transformación del tipo t , para la potencia P

Coste de la red de media tensión

$$C_{RMT}(N_{CT}^x) = \sum_{\substack{\forall (i,j) \in A_{min}(N_{CT}^x) \\ i,j \in N_{CT}^x}} C_{inv}^{t_{MT}}(i,j) \quad (6.20)$$

siendo

$C_{RMT}(N)$	coste de la red de media tensión que conecta los nudos del conjunto N mediante el árbol de mínima distancia
N_{CT}^x	el conjunto de nudos donde se ubican los centros de transformación del bosque representado por el vector x
$A_{min}(N)$	árbol de mínima distancia entre los nudos del conjunto N
$C_{inv}^t(i,j)$	coste de inversión de la rama (i,j) con el conductor t
t_{MT}	tipo de conductor empleado en la red de media tensión

6.1.6 Generación de la población inicial

Conocido el árbol completo que se va a emplear como espacio de soluciones, es preciso obtener los μ primeros individuos de la población inicial P^0 . Dicha población debe ser creada de forma aleatoria, procurando que entre todos los individuos, se contenga información de todo el espacio de soluciones. Dado que en este caso, la codificación de los vectores $\bar{x}_k^0$ es binaria, se pueden generar las poblaciones iniciales mediante la asignación de unos y ceros, con igual probabilidad para todos los elementos de los vectores de los diferentes individuos de la población.

Otra opción es procurar obtener individuos para la población inicial que estén más próximos a la solución óptima que los anteriores. Para ello, se puede dar una mayor probabilidad a la asignación de unos (ramas pertenecientes a la red) que a la de ceros (no pertenecientes), puesto que se puede obtener un valor estimado de el número de cargas medio por centro de transformación, en función de la potencia de las cargas y de las densidades de potencia de la zona en estudio.

6.1.7 Función de parada

La decisión de detener el proceso puede ser de diferentes tipos. En general, es conveniente emplear un método que se base en la uniformidad de la población así como la estabilización del coste durante un determinado número de iteraciones, función del tamaño de la población empleada y del espacio de resultados.

6.2 Transformación del árbol de soluciones

En el apartado 6.1 se explicó el programa de evolución que busca la solución óptima de la red de media tensión restringida a un árbol. Sin embargo, en el caso de redes urbanas la red de baja tensión no esta restringida a un árbol concreto, sino a un grafo mallado. Evidentemente, la solución pertenecerá a un árbol incluido en el grafo, pero el árbol seleccionado inicialmente (árbol de mínima distancia) puede no ser el apropiado.

Para resolver esto, se van a realizar modificaciones en el árbol en base a las siguientes consideraciones:

- Al iniciarse el programa de evolución del apartado 6.1, se tiene una población en la que están contenidas con igual probabilidad todas las ramas del árbol completo (árbol de mínima distancia).
- Según va evolucionando el programa, los miembros de la población van siendo mejores, puesto que sus costes (valor de la función de evaluación) se van reduciendo. Cuanto más cerca están de la solución óptima de la red de baja tensión restringida al árbol completo, más se parecen entre ellos.
- Dada la solución óptima de un árbol completo, se pueden sustituir cualquiera de las ramas del árbol no pertenecientes a la red por cualquier otra rama del grafo, siempre que se garantice que sigue siendo un árbol completo y, si se busca la solución óptima restringida al nuevo árbol, ésta será siempre mejor o igual a la del árbol anterior.
- Cuando una rama del árbol no pertenece a ninguna de las redes codificadas por los individuos de la población, la probabilidad de que dicha rama no pertenezca a la red óptima será elevada.
- Si se tienen en cuenta los dos puntos anteriores, se puede reducir el tiempo total de cálculo, no esperando a encontrar el óptimo restringido al árbol completo, sino que, cuando una rama no pertenece a ninguna de las redes de la población, se reemplaza por otra rama del grafo. Para obtener el óptimo restringido al nuevo árbol, no se comienza con individuos nuevos generados al azar, sino que se continúa con los individuos de la última generación del árbol anterior, puesto que todos pertenecen al nuevo espacio de soluciones.

En base a estos pasos, se consigue una evolución a tramos, que permite obtener el óptimo global dentro del grafo, ya que en cada cambio del árbol se va a mejorar o, como mínimo conservar, la solución mejor. El árbol completo evolucionará hacia un árbol perteneciente al conjunto de aquellos que contienen a la solución óptima global. Además, dado que el espacio de soluciones siempre es un árbol completo, la dimensión del vector de codificación es igual al número de ramas del árbol, por lo que su tamaño no varía. Teniendo en cuenta, que cada árbol se obtiene reemplazando una rama del árbol por otra, la nueva rama mantendrá la misma posición en la codificación que mantenía la rama eliminada.

Dado que al cambiar una rama, que no pertenece a ninguna de las redes de baja tensión codificadas por los individuos de la población, por otra rama que

tampoco pertenecerá a las redes de baja, es preciso que durante un número de generaciones, no sea nuevamente reemplazada. Es necesario darle un margen para que si la nueva rama puede mejorar las soluciones actuales le de tiempo a aparecer como parte de la red mediante el operador de mutación, en función del valor de su desviación típica. Por tanto, la probabilidad de reemplazar una rama del árbol debe ser inferior a la probabilidad de que dicha rama se mueva mediante el operador de mutación.

Determinadas las ramas del árbol susceptibles de ser reemplazadas y la obtención de las nuevas ramas que las sustituyen se hará siguiendo los siguientes pasos:

1. Se selecciona una rama i del conjunto de las que no pertenecen a ninguna de las redes codificadas por los individuos de la población y se determina si se reemplaza o no en función de la probabilidad asignada. En caso de no ser reemplazada se selecciona la siguiente rama del conjunto repitiendo el paso 1.
2. Se selecciona aleatoriamente una rama del grafo de entre todas las que conectan los dos árboles obtenidos al eliminar la rama i del árbol completo, dándoles un peso inversamente proporcional a la longitud de la rama.
3. Se le asigna el valor de la σ_0 al elemento $\sigma'_k(i)$ correspondiente de todos los individuos, k , de la población.
4. Se vuelve a repetir el proceso desde el punto 1, con la siguiente rama del conjunto.

En el ejemplo de la figura 1.10 se tiene una población de dos individuos (izquierda), los cuales no contienen a la rama 6 en la red de baja tensión codificada. El resultado de reemplazar dicha rama por la rama 6' da los dos individuos de la derecha, cuyas redes coinciden con las anteriores, pero el espacio de soluciones ha cambiado. El único cambio realizado en la codificación es en el valor de la desviación típica de la rama 6, que pasa a tomar el valor σ_0 .

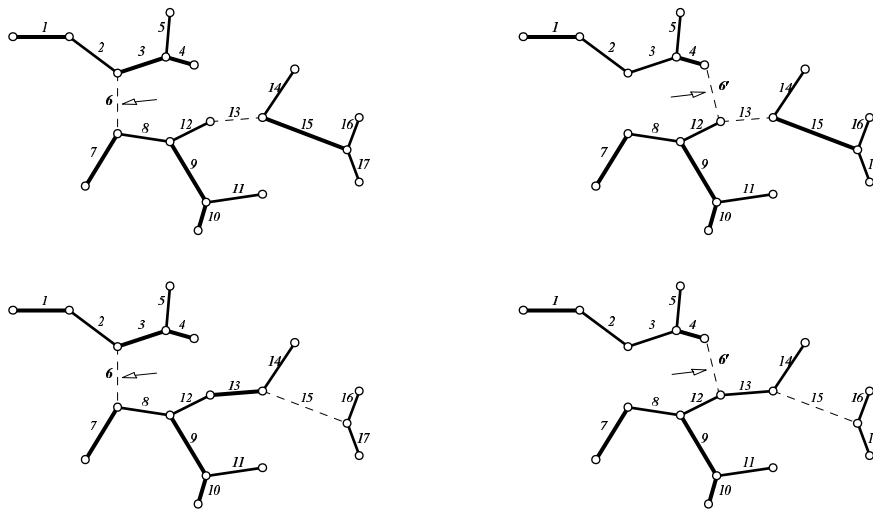


Figura 6.10 Ejemplo de transformación del árbol

Esta forma de modificar el árbol es similar a un programa de evolución $(1,1)$ - EE dado que, se tiene un único individuo, que codifica al árbol, al que se le aplica un operador de mutación (cambios de ramas), sustituyéndose el anterior individuo de la población por el nuevo para la siguiente generación, y se emplea como función de evaluación el algoritmo evolutivo anterior.

Por último, hay que tener en cuenta que debido a que el árbol va evolucionando, dos individuos con la misma información en los vectores $\vec{x}_k^t$ y $\vec{x}_m^r$ pueden corresponder a redes de baja tensión totalmente diferentes, siendo iguales solamente cuando los árboles de las generaciones t y r son iguales o, si son diferentes, únicamente lo son en las ramas enlaces (ramas del árbol no pertenecientes a la red de baja tensión).

6.3 Ejemplos

El primer ejemplo corresponde a un municipio formado por 556 clientes de baja tensión, de los que se conocen sus coordenadas y el valor de su potencia instalada. El árbol de mínima distancia que los conecta y, que se va a emplear como espacio de soluciones, es el representado en la figura.

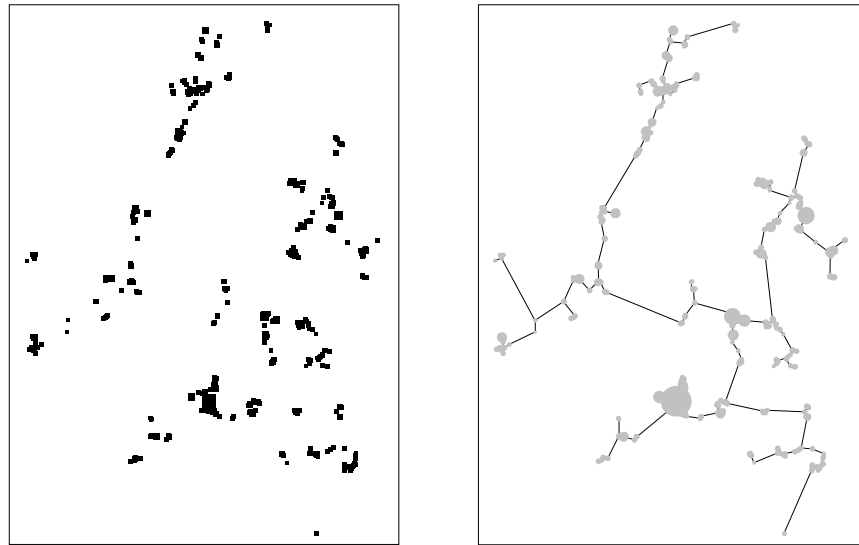


Figura 6.11 Distribución de clientes y árbol de mínima distancia

Los resultados corresponden al caso de un $(200,200)$ -EE, con una desviación típica inicial para el operador de mutación de 1. El coste total de la red de baja tensión más los centros de transformación es de 130'9 MPts., siendo 25 el número de centros de transformación de la solución. En la gráfica de costes se representan la curva de: el mejor, el peor y la media de la población. La curva del número de centros de transformación corresponde al individuo mejor y, en las curvas de desviaciones típicas se representan el valor mayor, el medio y el menor de toda la población. Se puede observar que el valor medio no convergen a cero, sino que se estabiliza en torno a 0'2. Esto es debido a que la distribución normal se discretiza y, con valores tan pequeños la probabilidad de mover un enlace es muy baja.

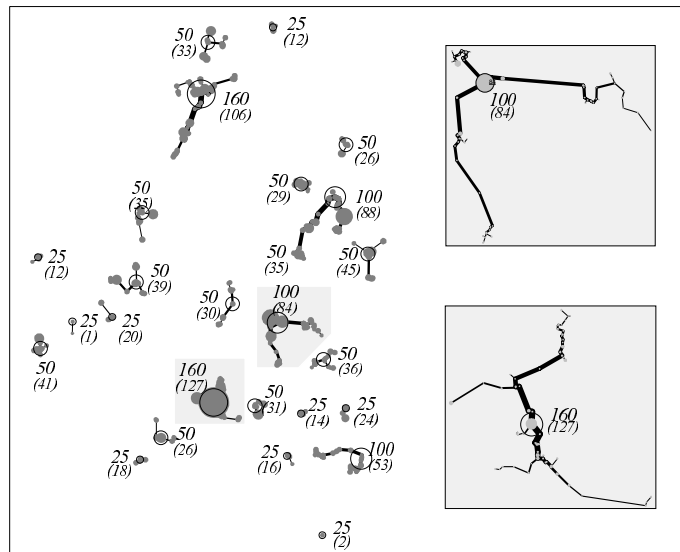


Figura 6.12 Red de baja tensión y centros de transformación

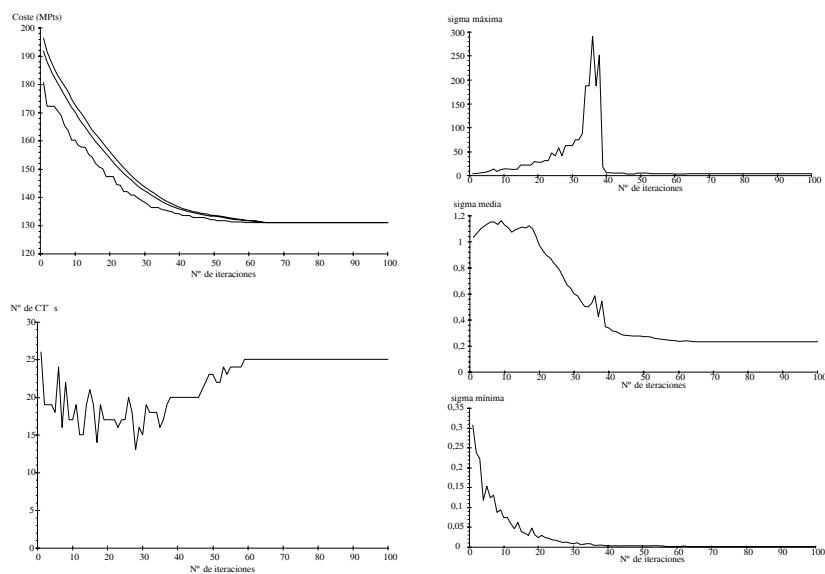


Figura 6.13 Curvas de costes, número de centros de transformación y desviaciones típicas

El segundo ejemplo corresponde a un municipio formado por 1.530 clientes de baja tensión, con un pueblo donde la concentración de viviendas es mayor que

en el resto. La red interior a dicho núcleo se considera de tipo aéreo posado, mientras que para el resto se considerará aérea tensada.

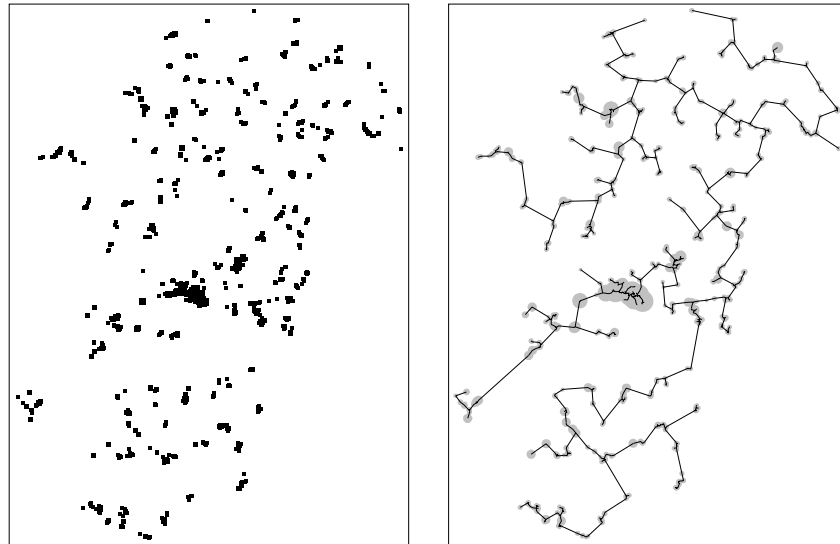


Figura 6.14 Distribución de clientes y árbol de mínima distancia

Los resultados (figura 1.15) corresponden al caso de un $(200,300)$ -EE con desviación típica inicial para el operador de mutación de 0.8. La red obtenida tiene un coste total, incluyendo los costes de la red y los centros de transformación, de 346.5 MPts, con un total de 68 centros de transformación y 71.9 km de líneas.

En la gráfica de costes se representan la curva de: el mejor, el peor y la media de la población. La curva del número de centros de transformación corresponde al individuo mejor de cada iteración y, en las curvas de desviaciones típicas se representan el valor mayor, el medio y el menor de toda la población en cada iteración (ver figura 1.16).

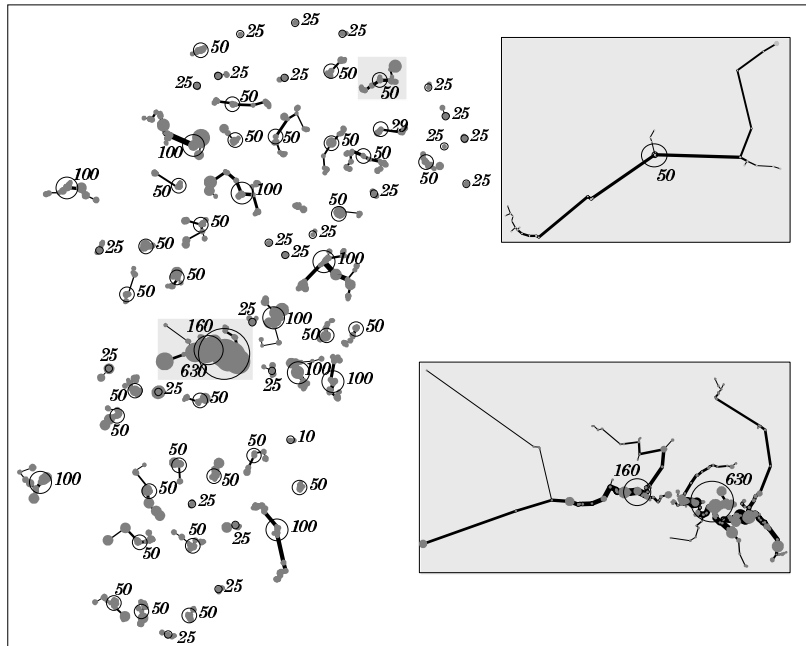


Figura 6.15 Red de baja tensión y centros de transformación

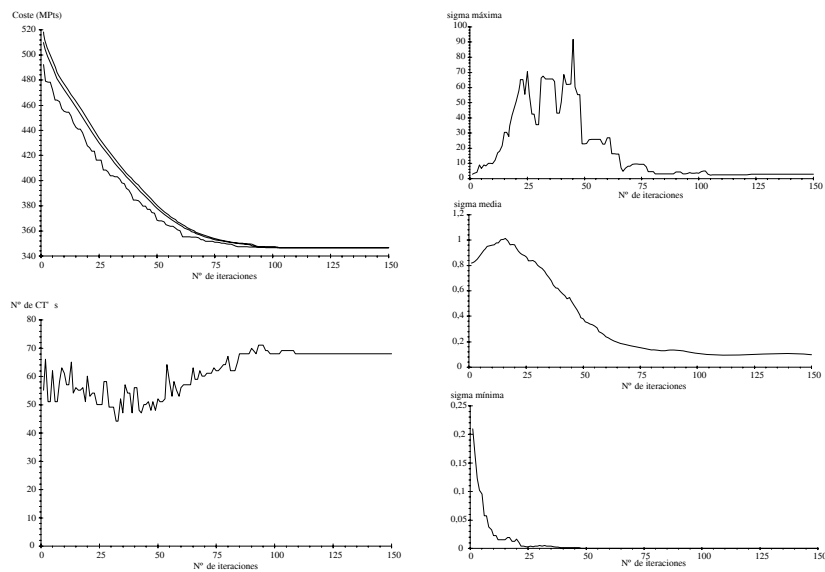


Figura 6.16 Curvas de costes, número de centros de transformación y desviaciones típicas

El tercer ejemplo corresponde a un barrio de la ciudad de Vigo, con una distribución de cargas generada aleatoriamente, formada por 611 edificios (nodos del grafo) con un total de 18.130 viviendas. La estrategia de evolución empleada fue $(100,100)$ -EE, con desviación típica inicial para el operador de mutación de 0'6. Se ha ejecutado bajo dos supuestos diferentes: el primero con una probabilidad de modificación de las ramas del árbol espacio de soluciones del 5% y el segundo sin cambios en el árbol (árbol de mínima distancia). La solución obtenida en el primer caso tiene 64 centros de transformación de potencias comprendidas entre los 400 y los 1.000 kVA y el coste total, incluyendo la red y los centros de transformación es de 479'1 MPts (figura 1.17). En el segundo caso, al no permitirse el cambio del árbol de mínima distancia, la solución obtenida tiene un coste de 506'1 MPts, un 6% más cara, con 66 centros de transformación (dos más).

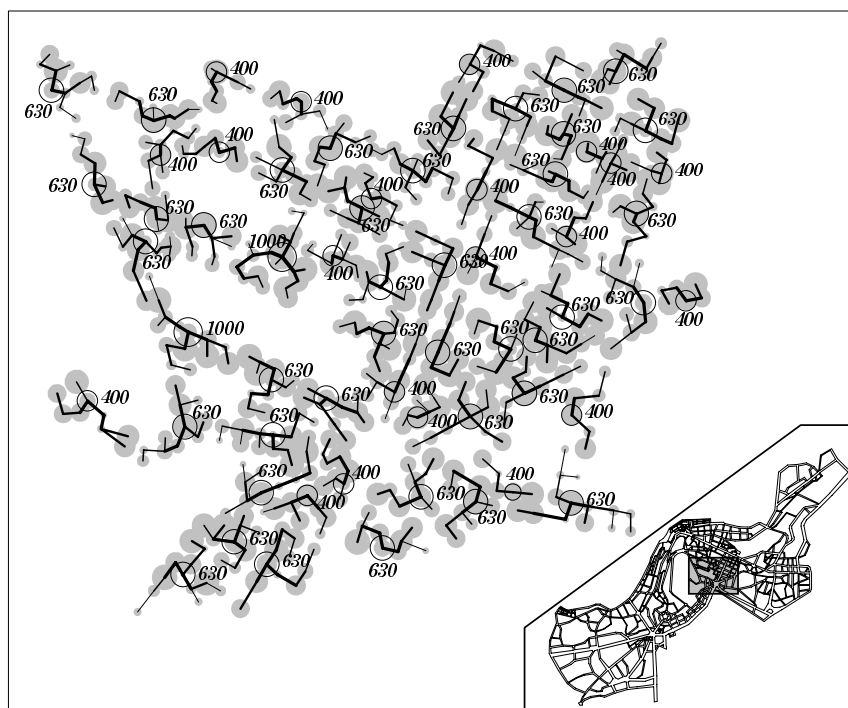


Figura 6.17 Red de baja tensión y centros de transformación en un barrio de la ciudad de Vigo

En las primeras iteraciones, el espacio de soluciones es el árbol de mínima distancia incluido en el grafo, no existiendo cambios en las ramas de dicho árbol hasta la iteración 96 en que empiezan a aparecer enlaces coincidentes en todos los individuos de la población. Es a partir de este momento cuando la

evolución de los dos casos planteados se separa. Durante el primer intervalo, los valores medios de las desviaciones típicas crecen para después converger hacia un valor próximo a cero, en ambos casos (figura 1.20.a). Una vez empiezan a producirse cambios en las ramas del árbol del espacio de soluciones, las desviaciones típicas empiezan a oscilar en el caso de modificación del árbol, debido a que cuando una rama del árbol se cambia, para todos los individuos de la población, la desviación típica de las nuevas ramas será igual a la desviación inicial (en este caso 0'6). El valor medio está más próximo al valor inicial, cuanto más cerca se está de la solución óptima, puesto que en este caso, el cambio de ramas no implica mejoras en la población y, por tanto, variaciones en sus desviaciones típicas (figura 1.20.b). En las figuras 1.18 a 1.20 se representan la evolución de los costes, el número de centros de transformación y desviaciones típicas para ambos casos. Se representan las gráficas durante las primeras 1.000 iteraciones y durante 60.000.

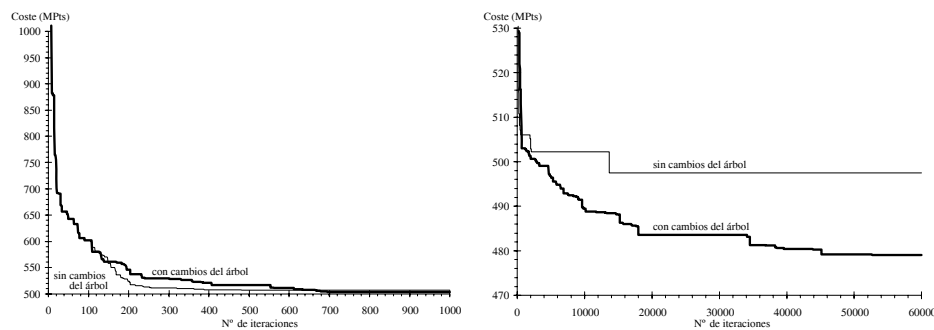


Figura 6.18 Curvas de la evolución de los costes

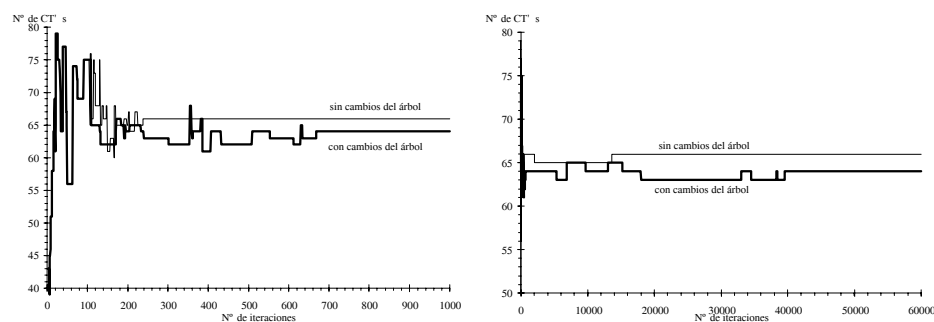


Figura 6.19 Curvas del número de centros de transformación del individuo mejor de cada generación

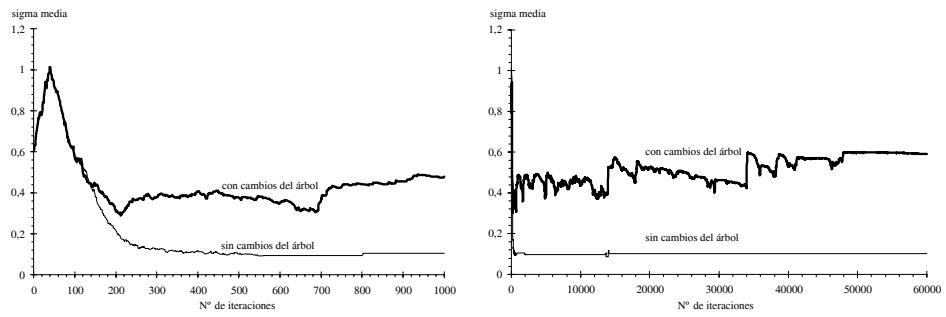


Figura 6.20 Curvas de desviaciones típicas medias de la población

Capítulo 7

Propuesta para la planificación de redes urbanas de media tensión

La red de media tensión, que conecta los centros de transformación MT/BT con las subestaciones de transformación AT/MT, tiene diferentes estructuras en función de los criterios de diseño de cada compañía distribuidora y del tipo de zona en la que se realiza la distribución. En los núcleos de población de pequeña dimensión las subestaciones no están situadas en las proximidades del núcleo y, la línea o líneas de distribución de media tensión que llegan a él, suelen tener una estructura radial. En este caso, pueden existir enlaces entre las líneas principales, para mejorar la calidad de suministro. En general, para obtener la red de media tensión en núcleos de población sin subestación, es necesario hacerlo como parte de la red de media tensión rural completa. En el caso de las ciudades, existen una o más subestaciones situadas en el propio núcleo o en su periferia, por lo que su diseño es generalmente independiente de los restantes núcleos de su entorno.

En el trazado de dicha red, hay consideraciones técnicas, que no responden únicamente a criterios económicos, como por ejemplo el hecho de que la red tiene que ser subterránea. Además, la red de media tensión tendrá estructura mallada, aunque con explotación radial, disponiendo todos los centros de transformación de doble alimentación, de forma que se pueda garantizar una buena calidad en el servicio (criterio N-1). Las diferentes arquitecturas de la red de media tensión definen los criterios empleados para la obtención de la red óptima, siendo criterios internos de muchas compañías del sector eléctrico la arquitectura a emplear.

En consecuencia, se busca una red óptima por coste, siendo requisitos necesarios el que la red sea: subterránea, mallada y con una arquitectura prefijada (huso, espiga, etc.).

7.1 Arquitecturas de las redes de distribución de media tensión urbanas

Existen múltiples arquitecturas de diseño que permiten obtener el criterio (N-1) para la red de media tensión ^[45,72,41,48], siendo numerosas las publicaciones que analizan las diferencias entre unas y otras ^[46,2,31,32]. Las diferentes arquitecturas se pueden clasificar en 3 grupos diferentes, siendo las restantes pequeñas variaciones o combinaciones de dichos grupos.

7.1.1 Arquitectura en pétalo

Los lazos se caracterizan por tener el inicio y el fin en el mismo punto. Dicho punto puede ser una subestación o un centro de reparto, que se denomina cabecera de pétalo.

- Pétalo simple: el inicio y el final de cada lazo está en la misma subestación

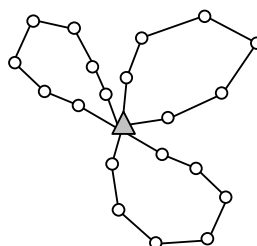


Figura 7.1 Arquitectura en pétalo simple

- Pétalo múltiple: el inicio y el final de cada lazo está en la misma subestación o en una cabecera de pétalo.

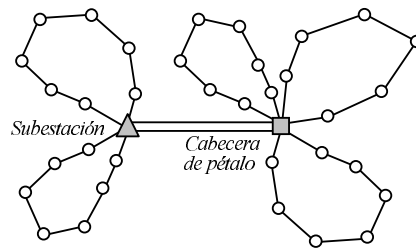


Figura 7.2 Arquitectura en pétalo múltiple

7.1.2 Arquitectura en huso

Los lazos se caracterizan por tener el inicio y el fin en diferentes puntos. Dichos puntos puede ser subestación o uno de ellos puede ser un centro de reflexión.

- Huso: los extremos de las líneas se encuentran en subestaciones diferentes.

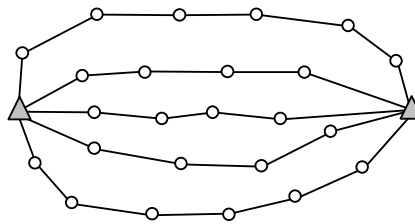


Figura 7.3 Arquitectura en huso entre subestaciones

- Huso con centro de reflexión: está formado por un conjunto de líneas con origen en la misma subestación y final en un centro de reflexión (punto de socorro), cerrándose todos los lazos mediante una línea cero que va desde el centro de reflexión a la misma subestación.

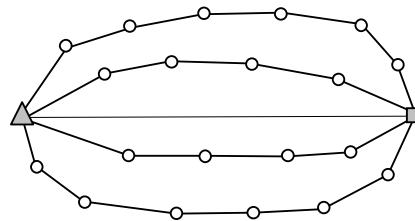


Figura 7.4 Arquitectura en huso con centro de reflexión

- Huso apoyado: equivale a dos husos que parten de diferentes subestaciones y que comparten el centro de reflexión, conectado mediante líneas cero a ambas subestaciones.

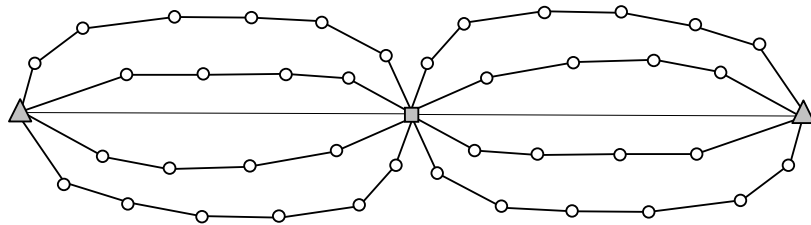


Figura 7.5 Arquitectura en huso apoyado

7.1.3 Arquitectura en espiga

Los lazos se caracterizan por tener el inicio en una subestación, teniendo el extremo final conectado en diferentes puntos de una línea cero.

- Espiga: conjunto de husos que parten de la misma subestación que, en lugar de finalizar en un centro de reflexión, lo hacen a lo largo de una línea cero.

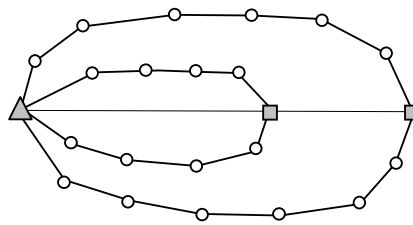


Figura 7.6 Arquitectura en espiga

- Espiga apoyada: es una doble espiga, alimentada desde dos subestaciones y con una línea cero con origen en una subestación y final en la que se van conectando los lazos que parten de ambas subestaciones.

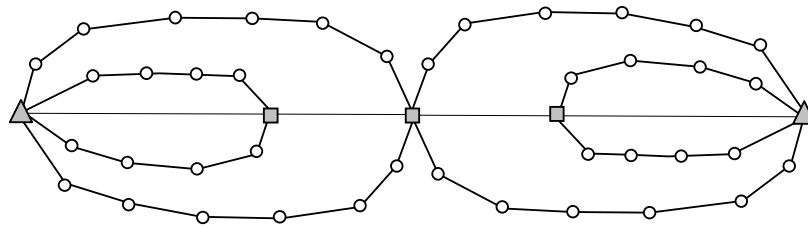


Figura 7.7 Arquitectura en espiga apoyada

Las arquitecturas de pétalo, tanto simple como compuesta, y la de huso entre subestaciones, no requieren ningún tipo de instalación a mayores más que las propias de una red mallada. En los casos de huso con centro de reflexión y todos los de espiga, necesitan una línea cero, así como centros de reflexión, que serán sencillos o de múltiples entradas. La línea cero estará en vacío en régimen normal, siendo utilizada únicamente en caso de emergencia como alternativa de alimentación de aquel lazo en que se halla producido el defecto. Los centros de reflexión, que en general coincidirán con centros de transformación, contienen los elementos de corte sobre los que se hacen las aperturas de los lazos y su conexión con la línea cero. La ventaja de centralizar en un único punto los elementos de apertura de varios lazos permiten instalar con un coste menor el control automático de los elementos de maniobra de cada uno de los lazos, para su manejo desde el centro de control.

Por último se podría considerar un grupo correspondiente a redes malladas no organizadas, en donde los lazos existentes no se forman con las subestaciones o los centros de reflexión, sino que existen ramas que interconectan dos líneas diferentes. Este tipo de estructuras, si bien existen en la realidad, no son prácticas desde el punto de vista de planificación, además de los correspondientes problemas que tienen desde el punto de vista de la operación.

7.2 Metodología

La solución óptima buscada es la red de media tensión de coste mínimo, incluyendo tanto los costes de inversión como los costes debido a las pérdidas. El método propuesto va a calcular redes de ciudades con las siguientes consideraciones:

- La posición de las subestaciones de transformación AT/MT es conocida, al igual que la de los centros de reflexión, cuando existen.

- La posición de los centros de transformación es conocida.
- Se parte del callejero de la ciudad, a partir del cual se obtendrá el grafo en el que se definen las trayectorias factibles.
- La red de media tensión estará formada por lazos o bucles con inicio y final en una subestación o en un centro de reflexión.
- Cada centro de transformación pertenecerá únicamente a un lazo.
- Cuando varios cables comparten la trayectoria, la zanja será común, por lo que solamente se contabilizará su coste una vez. Además, se puede limitar el número máximo de cables por zanja.

El hecho de que las líneas urbanas sean subterráneas implica que, un término importante en los costes de inversión sea el coste de las zanjas. Como es lógico, una misma zanja puede albergar a múltiples cables, por lo que, si se encuentran soluciones en que varios cables comparten las zanjas, los costes se pueden reducir considerablemente. Su efecto en el trazado de la red será importante, puesto que el cable que conecta dos cargas no siempre irá por el camino más corto. Por ejemplo, en la figura 7.8 se representan dos posibles alternativas de trazado para la línea que pasa por los centros de transformación. En el primer caso, la longitud total de las líneas es menor que en el segundo, pero en éste, se consigue un coste total menor, porque la longitud total de las zanjas es inferior aun considerando el de los cables.

Para resolver el problema de buscar los caminos, se va a emplear un algoritmo heurístico desarrollado en el apartado 7.4, basado en generar diferentes trayectorias, dándole una mayor probabilidad a los caminos de menor longitud, pero sin impedir la existencia de otras alternativas.



Figura 7.8 Ejemplo de posibles trayectorias de un cable entre dos centros de transformación

Para determinar el conjunto de la red de media tensión y la conexión de ésta con los centros de transformación, las subestaciones y los centros de reflexión se propone un algoritmo que pertenece al grupo de los métodos de optimización conocido como programas de evolución. El método empleado utiliza técnicas

de estrategias de evolución y es del tipo denominado $(\mu+\lambda)$ -EE. El algoritmo se basa en crear unas soluciones iniciales aleatoriamente y, realizar cambios en ellas mediante la sustitución de las ramas de los diferentes lazos y mezclando las redes de varias soluciones, con el objetivo de reducir los costes de la red.

La red de media tensión final obtenida, además de ser de coste mínimo, deberá cumplir las restricciones de máxima caída de tensión admisible y límite térmico de los conductores, así como el límite de capacidad de las subestaciones para cualquiera de las posibles configuraciones de la red, incluida las de emergencia.

Se considerará como coste, no solo los costes de inversión y pérdidas en los cables, sino también los costes de inversión y pérdidas en la subestaciones, centros de reflexión y *líneas cero*¹.

Para resolverlo, se parte del grafo $G=(N,R)$ obtenido a partir del callejero de la ciudad, donde R es el conjunto de ramas correspondientes a todas las trayectorias posibles de las zanjas y N es el conjunto de nudos formado por todos los centros de transformación, las subestaciones, los centros de reflexión y los cruces de todas las ramas del conjunto R .

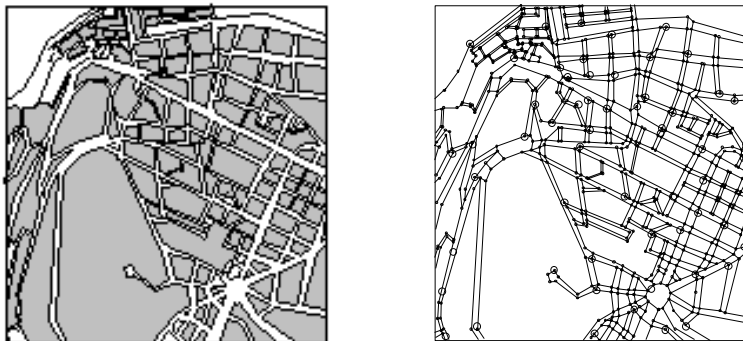


Figura 7.9 Callejero de una ciudad y su grafo asociado

¹ se llamará *línea cero* a las líneas que conectan los centros de reflexión con las subestaciones. A lo largo de ellas no existirán cargas, no teniendo tensión en régimen normal de funcionamiento.

7.3 Algoritmo evolutivo

El procedimiento propuesto para obtener la red de media tensión óptima se basa en un algoritmo evolutivo, que en sucesivas generaciones va obteniendo soluciones mejoradas a partir de unas soluciones iniciales obtenidas aleatoriamente. Se incluye dentro de las estrategias de evolución, porque el operador principal es el de mutación, porque la codificación no es de tamaño fijo ni binario como en los algoritmos genéticos convencionales y el operador de selección es elitista. Sin embargo, tampoco se corresponde con una estrategia de evolución convencional, puesto que la codificación no es real y el operador de mutación no se trata de igual forma que en estos.

A cada línea de la red de media tensión que alimenta a un conjunto de centros de transformación se le va a denominar *lazo*, perteneciendo ambos nudos extremos al conjunto formado por las subestaciones y los centros de reflexión.

7.3.1 Codificación

La codificación de un individuo de la población va a constar de varias secuencias de nudos del grafo G , tal que cada secuencia representará un lazo de la red de media tensión. Si existen varios cables de la red que pasan por el mismo segmento del grafo, dicho segmento aparecerá tantas veces como líneas pasan por él en el código del individuo.

La codificación de un individuo de la población tiene que contener la siguiente información:

- Los nudos ordenados que forman cada lazo
- los centros de transformación que pertenecen a cada lazo
- las subestaciones o centros de reflexión extremos de cada lazo

La codificación de un individuo $\vec{a}_k^t$, de la población correspondiente a la generación t , está definido por:

$$\vec{a}_k^t = (\vec{x}_k^t, \vec{c}_k^t) \in P^t, \quad 1 \leq k \leq \mu \quad (7.1)$$

donde

μ es el número de individuos de la población
 $\vec{x}_k^t$ es un vector de identificadores de los nudos del grafo G que forman parte de la red de media tensión
 $\vec{c}_k^t$ es un vector que indica los nudos en los que se realiza la conexión de centros de transformación (valor 1) y subestaciones o centros de reflexión (valor -1)

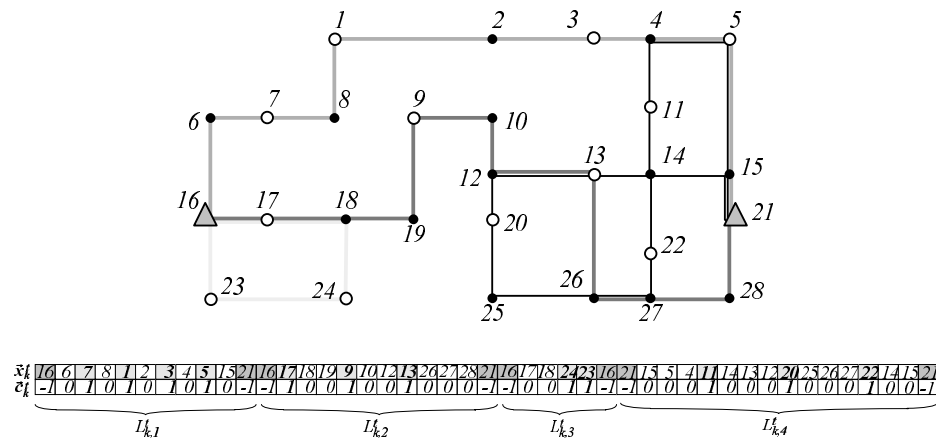


Figura 7.10 Ejemplo de una red de media tensión y su codificación

Se denotará como *gen* de un individuo, $g_k^t(i)$, a la pareja formada por cada elemento del vector $\vec{x}_k^t$ y su correspondiente valor asociado de $\vec{c}_k^t$

$$g_k^t(i) = (x_k^t(i), c_k^t(i)) \quad / \quad x_k^t(i) \in x_k^t, \quad c_k^t(i) \in c_k^t \quad (7.2)$$

por lo que, un individuo de la población se puede representar como:

$$\vec{a}_k^t = \{g_k^t(i) \quad / \quad 1 \leq i \leq n\} \quad (7.3)$$

Cada lazo de la red de media tensión se corresponde con las ramas definidas por la secuencia de nudos codificados por los genes comprendidos entre dos

con valor de $c_k^t(i)$ negativo. Esto implica que la codificación del vector $\vec{x}_k^t$ se puede representar como una lista de los lazos que forman la red

$$\vec{x}_k^t = \{L_{k,1}^t, L_{k,2}^t, L_{k,3}^t, \dots, L_{k,n_k^t}^t\} \quad (7.4)$$

siendo n_k^t el número de lazos que forman la red.

La codificación de un individuo tiene que cumplir los siguientes puntos:

- el número de elementos del vector $\vec{c}_k^t$ negativos tiene que ser par (correspondientes a los dos extremos de cada lazo); siendo siempre negativos tanto el primero como el último y, los restantes negativos estarán siempre emparejados (después del final de un lazo está el inicio del siguiente).
- Debido a que diferentes lazos de la red pueden coincidir en una misma rama del grafo, pueden existir varios elementos de $\vec{x}_k^t$ con el mismo valor (identificador del nudo).
- Dado un gen con valor de $c_k^t(i)$ no negativo, los genes anterior y siguiente tienen que corresponder a nudos adyacentes a él en el grafo G .
- Tiene que existir, para todo nudo en el que se ubica un centro de transformación, un gen con el identificador de nudo y con valor de $c_k^t(i)$ igual a 1. Si existe más de un gen con el mismo identificador, únicamente uno de ellos podrá tomar el valor positivo para $c_k^t(i)$. Es decir, por el nudo de un centro de transformación pueden pasar varios lazos, pero solo se realizará la conexión a uno.
- En el caso de las subestaciones, pueden aparecer múltiples veces con valor -1, ya que se corresponde con una salida de la red de media. En el caso de tener un valor de $c_k^t(i)$ nulo, representa una línea que pasa por delante, pero que no se conecta a la citada subestación.
- No se considera como posible arquitectura de un lazo, que ambos extremos sean centros de reflexión.

En la figura 7.10 se representa una red de media tensión y su codificación correspondiente, donde los valores del vector $\vec{x}_k^t$ son los números de los nudos. En este ejemplo, se puede observar que hay múltiples pasos de líneas por los

nudos con centro de transformación 5, 13 y 17. La conexión respectivamente de dichos centros de transformación se realiza en los lazos $L'_{k,1}$, $L'_{k,2}$ y $L'_{k,3}$. En el caso particular del nudo 15, de las tres veces que aparece en la codificación, dos corresponden al cuarto lazo $L'_{k,4}$.

7.3.2 Operador de mutación

El operador de mutación, $mut()$ se aplica sobre un individuo de la población, dando como resultado un nuevo individuo.

$$mut(): I \rightarrow I$$

La mutación consiste en seleccionar dos tramos de línea, eliminarlos y realizar una nueva conexión entre los extremos, de forma que se siga cumpliendo la arquitectura exigida a la red de media tensión.

Selección de ramas

Para la selección de los dos tramos de la red que se van a transformar, se van a considerar los siguientes tipos:

- Un tramo de un lazo entre dos centros de transformación contiguos².
- Un tramo de lazo entre un centro de transformación y una subestación contiguos.
- Un tramo de lazo entre un centro de transformación y un centro de reflexión contiguos.
- Una rama *ficticia* entre dos subestaciones, entre dos centros de reflexión o entre una subestación y un centro de reflexión

Los tres primeros tipos, son tramos reales de la red de media tensión mientras que el cuarto tipo no son ramas realmente reales, pero equivale a las ramas que cierran los lazos de la red por el lado de alta tensión. Para la selección de una rama ficticia, perteneciente al último grupo, se seleccionan dos subestaciones o centros de reflexión, pudiendo ser el mismo, considerándose como rama la que los interconecta. A los nudos extremos de las ramas de cualquiera de los cuatro

² se dice que dos centros de transformación, subestaciones o centros de reflexión son contiguos cuando no está conectado, en el tramo de línea que los une, ningún otro centro de transformación, subestación o centro de reflexión intermedio.

grupos se le van a llamar *nudos principales*, es decir al elemento que en la codificación toman valor no nulo en el vector $\vec{c}_k^t$.

De todo el conjunto de ramas definidas por los cuatro tipos anteriores, se seleccionarán parejas sobre las que se va a realizar la mutación. Dicha selección se puede hacer de forma aleatoria, dándole igual probabilidad a todas, o dándole mayor peso a aquellas que en principio parecen peores dentro del conjunto. En el segundo caso, se puede definir como peso $p'_{k,l}(i,j)$ de una rama (i,j) :

$$p'_{k,l}(i,j) = \begin{cases} \frac{\left(d(l'_{k,l}(i,j))\right)^3 \cdot n_{k,l}^t \cdot (n_{CT} + n_{Sub} + n_{CR})}{d(i,j) \cdot d(L'_{k,l}) \cdot d(\vec{a}_k^t)} & \text{si } (i,j) \text{ es real} \\ 1 & \text{si } (i,j) \text{ es ficticia} \end{cases} \quad (7.5)$$

donde

$d(l'_{k,l}(i,j))$ es la longitud del tramo del lazo $L'_{k,l}$ entre los nudos i y j

$d(L'_{k,l})$ es la longitud total del lazo $L'_{k,l}$

$d(\vec{a}_k^t)$ es la longitud total de la red de media tensión del individuo $\vec{a}_k^t$

El peso de una rama así calculado, le da una mayor probabilidad a las ramas más largas de cada lazo, a las mayores de la red global y a las que su trayectoria sea relativamente grande frente a la distancia entre los nudos i y j .

Eliminación de las ramas

Seleccionadas ambas ramas, se eliminan de los lazos a los que pertenecen, dejándolas abiertas. Eliminar una rama, teniendo en cuenta que sus extremos son centros de transformación, subestaciones o centros de reflexión contiguos, implica eliminar únicamente los nudos del grafo que forman parte de la trayectoria del lazo. Por tanto, no implica la desaparición de ningún centro de transformación de la codificación y, únicamente se precisa buscar una nueva conexión de los extremos de dichos lazos abiertos para volver a cumplir las condiciones impuestas a la red de media tensión.

Reconexión de los lazos

Se denotará por i_1 y f_1 a los nudos inicial y final, respectivamente, de la primera rama seleccionada y por i_2 y f_2 a los nudos inicial y final, respectivamente, de la segunda rama. Como se mencionó en el apartado anterior, en los cuatro nudos tiene que existir una conexión a un centro de transformación, una subestación o un centro de reflexión. En función de la relación existente entre las ramas seleccionadas y la arquitectura de la red definida, la reconexión de los lazos tiene diferentes alternativas.

- Cuando las ramas eliminadas, i_1-f_1 e i_2-f_2 , pertenecen al mismo lazo, independientemente de la arquitectura empleada, la reconexión de los nudos será i_1-i_2 y f_1-f_2 .

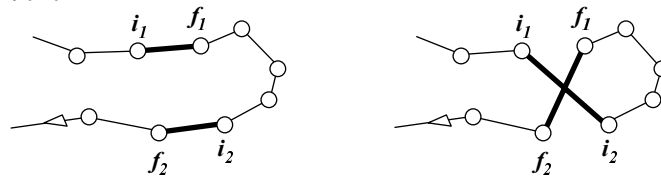


Figura 7.11 Reconexión de dos ramas del mismo lazo

- Si las ramas eliminadas pertenecen a diferentes lazos, la reconexión de los nudos puede ser i_1-f_2 e i_1-i_2 o también i_1-i_2 y f_1-f_2 si la arquitectura empleada es en huso sin centros de reflexión o en pétalo. Cuando la arquitectura empleada es en huso apoyado o espiga apoyada, únicamente es posible la primera configuración, cuando los nudos finales de ambos lazos son centros de reflexión.

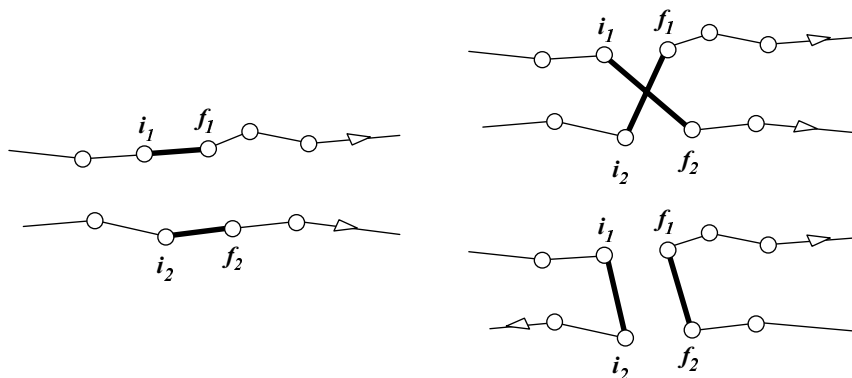


Figura 7.12 Reconexiones de dos ramas de diferentes lazos cuando la arquitectura es en huso sin centros de reflexión o en pétalo

- Si las ramas seleccionadas pertenecen a diferentes lazos y una de las ramas a crear es entre dos nudos con subestaciones (por ejemplo i_1 y f_2), el número de lazos se reduce en uno, dado que la rama entre subestaciones no contiene centros de transformación.

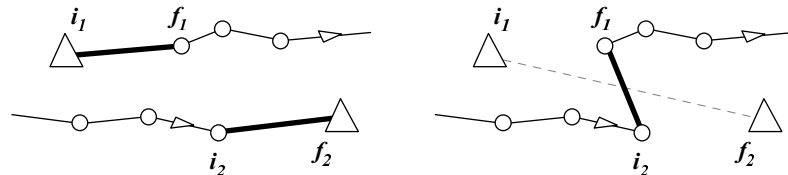


Figura 7.13 Reconexión de dos ramas unidas a subestaciones

- Si una de las ramas seleccionada para eliminar es ficticia (entre dos subestaciones), el número de lazos después de la reconexión se incrementa en uno.

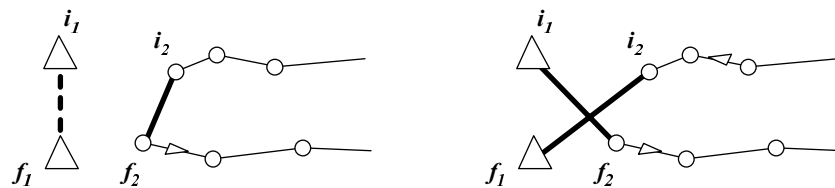


Figura 7.14 Conexión con una rama ficticia

Una vez que se han determinado cuales son las nuevas conexiones a realizar, es preciso determinar cual es la trayectoria en el grafo que conecta los nudos extremos. Debido a que no siempre el camino más corto es el mejor, se va a emplear un método heurístico, que favorecerá las trayectorias cortas frente a las largas, pero no impedirá su existencia. Dicho método se desarrolla en el apartado 7.4.

7.3.3 Operador de recombinación

El operador de recombinación o cruce, $rec()$, pertenece al grupo denominado "bisexual", porque se aplica sobre dos individuos seleccionados de la población P' (padres). El resultado de aplicar el operador de recombinación sobre dos individuos, implica la obtención de dos nuevos individuos con características mezcladas de ambos padres.

$$rec(): I^2 \rightarrow I^2$$

Una de las mayores dificultades de los algoritmos evolutivos basados en estructuras en lazo, es encontrar un operador de recombinación que permita obtener a partir de dos individuos (padres) nuevos individuos (hijos) que tengan características de ambos padres y además su estructura siga siendo de lazos. Existen múltiples operadores que lo consiguen, pero tienen el inconveniente de que los tiempos requeridos para su ejecución hacen impracticable la ejecución del propio algoritmo evolutivo. En este caso se ha optado por un operador sencillo que implica pequeñas variaciones de los hijos respecto a sus padres, pero de fácil implantación.

El operador de recombinación se va a realizar mediante un análisis de la red de cada padre y no directamente sobre su codificación, como en los algoritmos clásicos. Los pasos a seguir son (figura 7.15):

- Seleccionar dos individuos de la población, teniendo en cuenta que todos los individuos tienen igual probabilidad de ser seleccionados y realizar una copia.
- Obtener el grafo correspondiente a la unión de ambos individuos y buscar aquellas parejas de nudos principales que hacen el grafo inconexo, siendo ambas partes malladas.
- Para cada pareja de nudos obtenidos en el paso anterior, se toma la decisión de intercambiar la red existente entre ambos nudos de los individuos, dando una probabilidad del 50% a la realización del cambio.

Se debe considerar, a efectos de si un grafo es inconexo, que las subestaciones están unidas entre si mediante ramas ficticias. Por lo tanto, las parejas de nudos que hacen inconexo el grafo, cumplirán que, pertenecen al mismo lazo en cada uno de los padres. Todos los nudos principales afectados por el cambio vuelven a pertenecer a un lazo de los hijos, no quedando ningún nudo principal sin conectar, ni aparecerán lazos cerrados sin conectar en sus extremos a subestaciones y/o centros de reflexión.

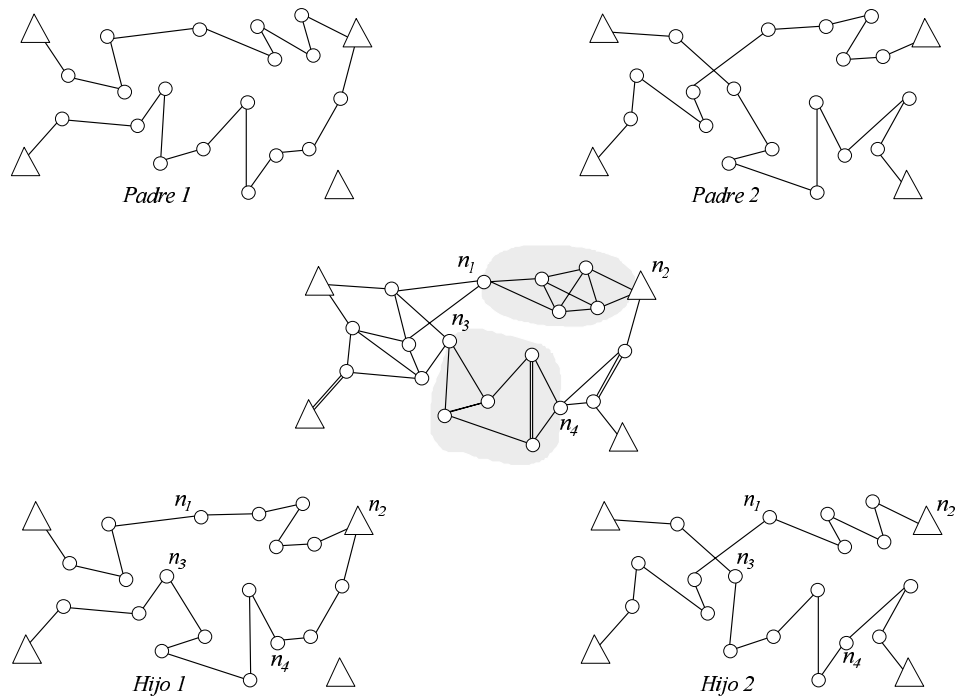


Figura 7.15 Operador de cruce

El algoritmo que realizar el operador de recombinación se basa en los siguientes pasos:

- se crea una matriz binaria triangular superior por cada lazo del padre 1, y se inicializan todos los valores a 1. Cada fila y columna se corresponde con los nodos principales del lazo ordenados.
- para cada rama formada por nodos principales n_1 - n_2 de los lazos del padre 2 se ejecutan los siguientes pasos:
 - si los dos nodos n_1 y n_2 pertenecen al mismo lazo del padre 1, se eliminan los elementos correspondientes a parejas de nodos tal que uno de ellos está entre n_1 y n_2 y el otro no, de la matriz asociada a dicho lazo.

Figura 7.16 Eliminación de grupos con nudos del mismo lazo

- si los dos nudos n_1 y n_2 pertenecen a lazos diferentes en el padre 1, se eliminan las parejas formadas por nudos situados uno antes y otro después de los nudos n_1 y n_2 , para cada matriz asociada a dichos lazos.

Figura 7.17 Eliminación de grupos con un solo nudo del lazo

- Las elementos no nulos, de las matrices obtenidos al repetir el proceso para todas las ramas, se corresponden con las parejas de nudos que hacen inconexo el grafo.
- Muchas de las parejas obtenidas no implican ningún cambio, debido a que se corresponden con grupos que son iguales en ambos padres. Dichos grupos se corresponden con todos aquellos elementos consecutivos, tanto por filas como por columnas con valor no nulos y contiguos a la diagonal. Por lo tanto, su detección y eliminación es muy sencilla. De igual forma, cualquier grupo de elementos de la matriz con valor no nulo que están juntos (tanto por filas como por columnas), se pueden eliminar dejando únicamente uno de ellos, ya que las únicas diferencias existentes entre los grupos que definen se refieren a ramas que son coincidentes en ambos padres.

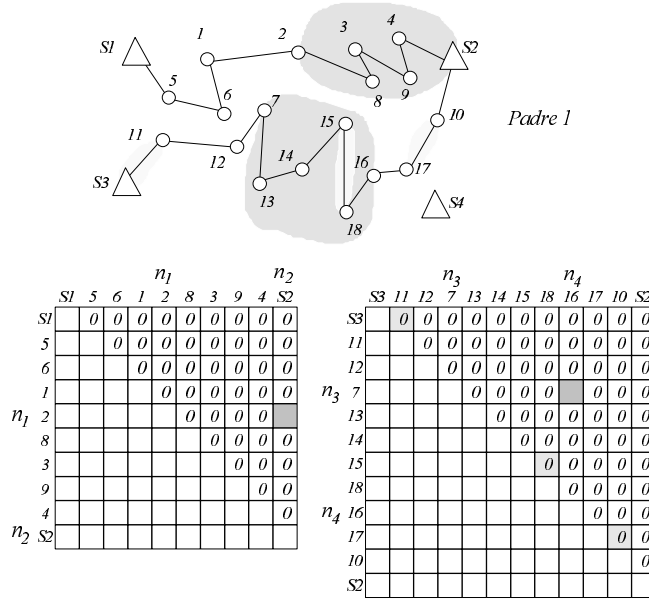


Figura 7.18 Matrices del padre 1 para el ejemplo de la figura 7.15 al eliminar los elementos imposibles debidos al padre 2

7.3.4 Operador de selección

El operador de selección, $sel()$, que se va a emplear pertenece al tipo "elitista", seleccionándose como individuos miembros de la población de la siguiente generación a aquellos cuyos costes son los menores del conjunto formado por los μ individuos de la población, más los λ descendientes obtenidos mediante los operadores de mutación y recombinación.

$$sel(): I^{\mu+\lambda} \rightarrow I^{\mu}$$

Si $P^{t*} \in \mathcal{P}$ es el conjunto de los individuos descendientes obtenidos en la generación t , la población de la generación siguiente es:

$$P^{t+1} := sel(P^t \cup P^{t*}) \quad (7.6)$$

definida de forma que:

$$a_k^{t+1} = a_i^t \in P^{t+1} \Leftrightarrow \forall a_j^t \in P^t, a_j^t \notin P^{t+1} \quad f(a_j^t) < f(a_k^{t+1}) = f(a_i^t) \quad (7.7)$$

$$i, j \in \{1, \dots, (\mu + \lambda)\}, \quad k \in \{1, \dots, \mu\}$$

7.3.5 Función de parada

La decisión de detener el proceso puede basarse en diferentes criterios. En general, es conveniente emplear un método que se base en la uniformidad de la población y en la estabilización del coste durante un determinado número de iteraciones. Dado que en todo momento se puede conocer la solución, un criterio interesante es la propia opinión de un planificador, ya que en cada instante puede dibujar el estado de la red, comprobando de forma visual la calidad de la red obtenida en cada instante.

7.3.6 Generación de la población inicial

El número de individuos de la población inicial debe ser definido por el operador del programa, pero la obtención de los individuos debe ser aleatoria, para conseguir una amplia variedad de posibilidades en la red. Dado que el algoritmo puede tener impuestos algunos requisitos desde el punto de vista de la arquitectura deseada, será necesario tener una generación diferente para cada caso, de forma que se cumplan las restricciones impuestas.

De forma general, se realizarán los siguientes pasos:

1. Calcular la potencia media de los centros de transformación, para poder obtener un valor medio del número de centros de transformación por lazo.
2. Seleccionar una subestación de inicio para el lazo.
3. Seleccionar un nudo de entre los más cercanos al anterior y se conectan mediante el algoritmo heurístico de búsqueda de caminos del apartado 7.4.
4. Se decide si se conectan más centros de transformación (si aun hay alguno desconectado) al lazo o se cierra, dando mayor probabilidad a una u otra opción en función del número de conectados.
5. Si se decide conectar otro centro de transformación, se repite desde el paso 3; en caso contrario, se busca la subestación o centro de reflexión para cerrar el lazo. A continuación se repite el proceso

desde el paso 2, con un nuevo lazo si todavía quedan centros de transformación sin conectar.

Se repite el proceso para generar cada individuo de la población inicial.

7.3.7 Función de evaluación

Si se denomina x_{opt} a la solución óptima representada por un vector, codificado según se vio en el apartado 7.3.1, debe cumplirse que:

$$x_{opt} \Leftrightarrow f(x_{opt}) = \min \{f(x) \mid x \in M, h_i(x) \geq 0, \forall h_i \in H\} \quad (7.8)$$

donde

M es el espacio de soluciones factibles

$f()$ es la función de evaluación

H es el conjunto de restricciones

La solución óptima de la red de media tensión buscada debe cumplir las restricciones de límite máximo de caída de tensión admisible, límite térmico de los conductores y capacidad máxima de los subestaciones. Dichas restricciones de desigualdad forman el conjunto H .

$$H = \{h_i: R^n \rightarrow R, \forall i = 1, 2, \dots, m\}$$

siendo m el número de restricciones.

La función de evaluación empleada, $f()$, da como resultado el coste total de la red de media tensión:

$$f: M \rightarrow R \quad (7.9)$$

siendo su valor, igual a la suma de los costes de la red de media tensión, más el coste de las subestaciones, más los costes de los centros de reflexión y líneas cero, si existen. Para realizar la evaluación del coste total, se considerará el caso de funcionamiento normal para el conjunto de la instalación, pero teniendo en cuenta que los equipos deben estar dimensionados para cumplir todas las restricciones, en el caso más desfavorable. Cada uno de los lazos de la red de

media tensión tiene que ser capaz de alimentar toda su carga desde ambos extremos, considerando la línea cero en caso de estar conectado a un centro de reflexión. Las subestaciones tienen que estar dimensionadas para transformar la potencia correspondiente a todos los lazos conectados a ella, con la potencia correspondiente a su funcionamiento en régimen normal más la mayor de las potencias correspondientes a el caso de un fallo en un lazo. Las líneas cero se diseñarán para el caso más desfavorable de alimentación de un lazo, con destino en el centro de reflexión al que está conectada.

Tanto en el caso de la población inicial, como a lo largo del proceso pueden aparecer individuos que son infactibles. Dichos individuos no se van a despreciar, por lo que la función, $f()$, debe calcular siempre un coste, de modo que los casos infactibles se penalicen frente a los factibles, pero con un coste que permita mantener dicha red como individuo de la población, puesto que mediante la posterior aplicación del operador de mutación a individuos infactibles se pueden obtener otros factibles.

Los casos infactibles que pueden aparecer y, las consiguientes penalizaciones consideradas, son:

- Si la potencia que debe suministrar una subestación (en el caso más desfavorable) es superior a la del tipo mayor permitido, se evaluará considerando el coste correspondiente al conjunto de subestaciones, del tipo mayor, necesarias para suministrar toda la potencia.
- Si no se cumple la restricción de máxima caída de tensión admisible en un lazo con el conductor de mayor sección, se considerará como sobre coste el debido a incrementar el número de conductores del lazo, empleando el conductor de mayor sección, tal que se cumplan las restricciones de caída de tensión en todos los nudos de dicha salida, considerando cada uno de ellos con el coste de zanja.
- Si la intensidad que circulan por algún tramo de un lazo es superior al límite térmico del conductor de mayor sección, se considerará el coste de tantos conductores de sección máxima como sean necesarios, en todos los segmentos del lazo, para garantizar que se cumpla la restricción, más el coste de zanja para cada uno de ellos. Si se quiere considerar como válida una configuración con conductores múltiples, estos se incluirán como un tipo distinto de conductor en los datos de entrada.

Si ocurren simultáneamente más de una situación de infactibilidad, se consideran los sobrecostos de todos ellos.

Debido a que hay diferentes arquitecturas posibles, la evaluación de un lazo depende de la configuración seleccionada. Cuando existen centros de reflexión, la rama del lazo que está abierta en régimen normal, es la rama cero. En caso de que los extremos de un lazo sean subestaciones, la rama que debe permanecer abierta es aquella que minimice los costes en régimen normal de funcionamiento.

Coste mínimo de un lazo con ambos extremos en subestaciones

Dado un lazo cuyos extremos son subestaciones (diferentes o una misma), la obtención del coste mínimo del lazo, implica la determinación de los conductores óptimos de cada lazo y la ubicación de la rama que debe permanecer abierta. El coste de un lazo para un tipo de conductor t será:

$$C_l^t = \sum_{(i,j) \in l} \left(C_{inv(i,j)}^t + C_{perd(i,j)}^t \right) = \sum_{(i,j) \in l} \left(K_{inv}^t \cdot L_{i,j} + K_{perd}^t \cdot I_{i,j}^2 L_{i,j} \right) \quad (7.10)$$

Las situaciones más desfavorables para el cumplimiento de las restricciones de máxima caída de tensión admisible y límites térmicos de los conductores, se dan cuando se está suministrando toda la potencia del lazo desde una de las dos subestaciones extremas.

En el algoritmo propuesto, se admiten diferentes tipos de conductor para diferentes lazos, pero un lazo estará formado solamente por un tipo. El conductor mínimo admisible que cumpla las restricciones de límite térmico, es aquel cuya intensidad máxima sea superior a la suma de las intensidades debidas a todas las cargas del lazo. Determinado dicho conductor, es preciso comprobar si cumple las restricciones de caída de tensión para los casos en que se alimenta toda la carga desde cualquiera de sus dos extremos. Si se considera un lazo formado por n centros de transformación y, se denotan por 0 y $(n+1)$ a las subestaciones transformadoras, los conductores admisibles para un lazo son:

$$t \quad / \quad \begin{cases} \sum_{r=1}^{n-1} U_{r,r+1} + \max\{U_{0,1}, U_{n,n+1}\} \leq \Delta U_{lim} \\ I_t^{max} \geq \sum_{r=1}^n I_r \end{cases} \quad (7.11)$$

El coste del lazo l cuando se emplea un conductor de tipo t (de entre los admisibles) y con la rama $(i, i+1)$ abierta, es:

$$C_l^t(i, i+1) = \sum_{r=0}^{i-1} \left(K_{inv}^t \cdot L_{r,r+1} + K_{perd}^t \cdot I_{r,r+1}^2 \cdot L_{r,r+1} \right) + \left(K_{inv}^t \cdot L_{r,r+1} \right) + \sum_{r=i+1}^n \left(K_{inv}^t \cdot L_{r,r+1} + K_{perd}^t \cdot I_{r,r+1}^2 \cdot L_{r,r+1} \right) \quad (7.12)$$

donde el primer sumatorio se refiere al coste total de las ramas que conectan las cargas alimentadas por la primera subestación, el siguiente término se refiere al coste de inversión de la rama abierta (puesto que no tiene pérdidas por no circular intensidad) y el último sumatorio se refiere al coste total de las ramas que conectan las cargas alimentadas por la segunda subestación.

Conocido el coste de un lazo l cuando está abierta la rama $(i, i+1)$ se puede obtener el coste del mismo lazo, cuando la rama abierta es la $(j, j+1)$, como:

$$C_l^t(j, j+1) = C_l^t(i, i+1) + \Delta P_{i,j} \quad (7.13)$$

La diferencia de costes es debida únicamente a la variación de las pérdidas en las líneas, puesto que si no varía el tipo de conductor, no es necesario realizar ningún tipo de inversión.

Abrir la rama $(j,j+1)$ y cerrar la $(i,i+1)$ equivale a: sumarle la intensidad de la rama $(j,j+1)$ a todas las ramas situadas entre ella y la subestación del lado de la rama $(i,i+1)$ y, restársela a todas las demás ramas, incluida ella misma (figura 7.19).

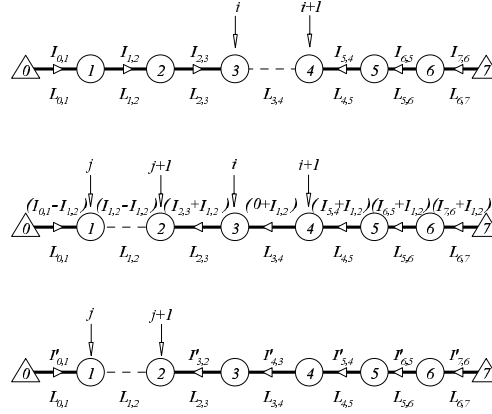


Figura 7.19 Cambio de rama abierta en un lazo

Por lo tanto, la variación de las pérdidas, $\Delta P_{i,j}$, debido a cerrar la rama $(i,i+1)$ y abrir la rama $(j,j+1)$ se puede calcular como:

$$\Delta P_{i,j} = K_{perd}^t \cdot \left[I_{j,j+1}^2 \cdot \sum_{r=0}^{i-1} L_{r,r+1} - 2 \cdot I_{j,j+1} \cdot \sum_{r=0}^{i-1} (I_{r,r+1} \cdot L_{r,r+1}) + \right. \\ \left. + 2 \cdot I_{j,j+1} \cdot \sum_{r=i+1}^n (I_{r,r+1} \cdot L_{r,r+1}) + I_{j,j+1}^2 \cdot \sum_{r=i+1}^n L_{r,r+1} + I_{j,j+1}^2 \cdot L_{i,i+1} \right] \quad (7.14)$$

Si para cada nudo k del lazo se denota como Γ_k al sumatorio de longitudes de las ramas situadas aguas arriba (hasta la subestación a la que está conectada), Λ_k al sumatorio de los productos de longitud por intensidad de las ramas situadas aguas arriba y Ψ_k al sumatorio de los productos de longitud por el cuadrado de la intensidad de las ramas situadas aguas arriba:

$$\begin{aligned}
\Gamma_k &= \begin{cases} \sum_{r=0}^{k-1} L_{r,r+1} & \text{si } k \text{ se alimenta de la subestacion } 0 \\ \sum_{r=k}^n L_{r,r+1} & \text{si } k \text{ se alimenta de la subestacion } (n+1) \end{cases} \\
\Lambda_k &= \begin{cases} \sum_{r=0}^{k-1} (I_{r,r+1} \cdot L_{r,r+1}) & \text{si } k \text{ se alimenta de la subestacion } 0 \\ \sum_{r=k}^n (I_{r,r+1} \cdot L_{r,r+1}) & \text{si } k \text{ se alimenta de la subest. } (n+1) \end{cases} \quad (7.15) \\
\Psi_k &= \begin{cases} \sum_{r=0}^{k-1} (I_{r,r+1}^2 \cdot L_{r,r+1}) & \text{si } k \text{ se alimenta de la subestacion } 0 \\ \sum_{r=k}^n (I_{r,r+1}^2 \cdot L_{r,r+1}) & \text{si } k \text{ se alimenta de la subest. } (n+1) \end{cases}
\end{aligned}$$

la variación de coste debida a cambiar la rama que abre un lazo, es igual a:

$$\begin{aligned}
\Delta P_{i,j} = K_{\text{perd}}^t \cdot \left[I_{j,j+1}^2 \cdot \Gamma_i - 2 \cdot I_{j,j+1} \cdot \Lambda_i + 2 \cdot I_{j,j+1} \cdot \Lambda_{i+1} + \right. \\
\left. + I_{j,j+1}^2 \cdot \Gamma_{i+1} + I_{j,j+1}^2 \cdot L_{i,i+1} \right] \quad (7.16)
\end{aligned}$$

siendo dependiente únicamente de los valores en los nudos y en las ramas implicadas directamente en el cambio.

Únicamente cuando $\Delta P_{i,j}$ es negativa, se consigue reducir el coste. En el algoritmo propuesto, se parte de una configuración inicial (generalmente la rama central abierta) y a partir de ésta, se busca la solución óptima del lazo. Para comprobar si una rama reduce el coste es suficiente con realizar la siguiente comparación:

$$\Delta P_{i,j} \leq 0 \Leftrightarrow I_{j,j+1} \leq \frac{2 \cdot \Lambda_i - 2 \cdot \Lambda_{i+1}}{\Gamma_i + \Gamma_{i+1} + L_{i,i+1}} = 2 \cdot \frac{\Lambda_i - \Lambda_{i+1}}{L_l} \quad (7.17)$$

donde el término del denominador es igual a la longitud total del lazo, L_l .

Mediante la comprobación de las ramas vecinas, de forma recursiva, se puede determinar la rama que debe estar abierta, teniendo en cuenta que la curva de costes de las pérdidas es convexa respecto a la rama óptima. Obtenida la rama óptima, es preciso determinar cual es el conductor óptimo.

$$C_l^u(j, j+1) = C_l^t(j, j+1) + \Delta Q^{t,u}(j, j+1) \quad (7.18)$$

y en función del coste de la rama $(i, i+1)$ con tipo t es:

$$C_l^u(j, j+1) = \left[C_l^t(i, i+1) + \Delta P_{i,j} \right] + \Delta Q^{t,u}(j, j+1) \quad (7.19)$$

el término $\Delta Q^{t,u}(j, j+1)$ representa la variación de coste debido al cambio del tipo de conductor para todo el lazo, cuando la rama abierta es la $(j, j+1)$. Si se denota por $I'_{r,r+1}$ (ver figura 7.19) a la intensidad por la rama $(r, r+1)$ cuando está abierta la $(j, j+1)$, la variación de coste es igual a:

$$\begin{aligned} \Delta Q^{t,u}(j, j+1) = & \left(K_{inv}^u - K_{inv}^t \right) \cdot \sum_{r=0}^n L_{r,r+1} + \\ & + \left(K_{perd}^u - K_{perd}^t \right) \cdot \sum_{r=0}^n \left(I_{r,r+1}^2 \cdot L_{r,r+1} \right) \end{aligned} \quad (7.20)$$

y en función de las intensidades, cuando la rama abierta es la $(i, i+1)$, de la que se partió inicialmente, es:

$$\begin{aligned} \Delta Q^{t,u}(j, j+1) = & \left(K_{inv}^u - K_{inv}^t \right) \cdot L_l + \\ & + \left(K_{perd}^u - K_{perd}^t \right) \cdot \left[\Psi_i + \Psi_{i+1} + I_{j,j+1}^2 \cdot L_l + 2 \cdot I_{j,j+1} \cdot (\Lambda_{i+1} - \Lambda_i) \right] \end{aligned} \quad (7.21)$$

quedando expresado únicamente en función de los valores en los nudos y ramas implicadas en el cambio (rama inicial y rama óptima). Será necesario calcular el valor de la variación de coste, mediante la ecuación 7.21, teniendo en cuenta que solamente varían los valores de K_{inv}^u y K_{perd}^u , para los posibles tipos de conductor, de entre los que cumplen las restricciones de límite de capacidad y caída de tensión vistos en la expresión 7.11.

Coste mínimo de un lazo entre una subestación y un centro de reflexión

En el caso de que uno de los extremos del lazo sea un centro de reflexión, la rama abierta en régimen normal de funcionamiento será siempre la línea cero y, por tanto, únicamente es necesario determinar el tipo de conductor a emplear en el lazo, en base a la ecuación 7.20.

El coste de inversión de la línea cero no se considera como coste del lazo, ya que dicha línea es compartida por todos aquellos lazos que llegan al centro de reflexión, evaluándose separadamente a partir de los lazos que confluyen a él, con la intensidad más desfavorable.

7.4 Búsqueda de la trayectoria entre dos nudos

Cuando se decide conectar dos nudos principales (centros de transformación, un subestaciones o centros de reflexión), es necesario obtener una trayectoria en el grafo, que no tiene por que ser la más corta. Como ya se comentó anteriormente, en muchos casos, algunas trayectorias de mayor longitud que la más corta tienen costes inferiores, debido a que comparten los costes de la zanja con otras líneas.

En el algoritmo evolutivo propuesto no se puede saber cual es la trayectoria óptima entre dos nudos, puesto que es función de las restantes líneas. Dado que en cada generación las restantes líneas no se sabe si forman parte de la solución óptima, no se pueden considerar sus trayectorias para determinar el óptimo de la línea.

El método de búsqueda de una trayectoria entre dos nudos i y j del grafo G , se va a realizar paso a paso, seleccionando el nudo vecino al que se conecta la línea, de forma que los nudos que implican caminos menores tengan mayor probabilidad que aquellos que implican caminos de mayor longitud. Se parte de ambos nudos a la vez, hasta que ambas trayectorias se toquen.

Dado el nudo i y el conjunto, $AD(i)$, de nudos adyacentes a él, la probabilidad de que el siguiente nudo seleccionado para formar parte de la trayectoria sea el nudo k es:

$$Pr_{\%}(k) = \frac{p(k)}{\sum_{r \in AD(i)} p(r)} \cdot 100 \quad (7.22)$$

donde $p(k)$ se denomina al peso dado al nudo k y, representa la relación de distancias entre los nudos origen y destino directa y a través del nudo k .

$$p(k) = \frac{d(i, j)}{d(i, k) + d(k, j)} \quad (7.23)$$

El valor de la distancia $d(i, j)$ es constante para todos los nudos del conjunto $AD(i)$ cuando se busca el nudo siguiente al i en la trayectoria y, por tanto, los pesos de los nudos son elipses concéntricas, cuyos focos son los nudos i y j . Los pesos de las elipses es decreciente cuanto mayor es la elipse, siendo la de peso igual a uno el segmento de recta que une los puntos i y j .

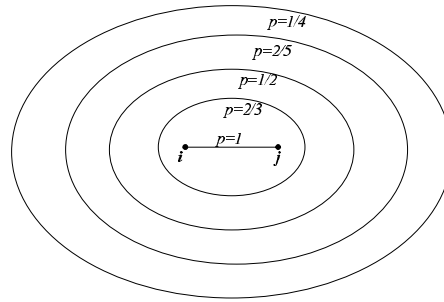


Figura 7.20 Elipses de pesos definidas por los nudos i y j

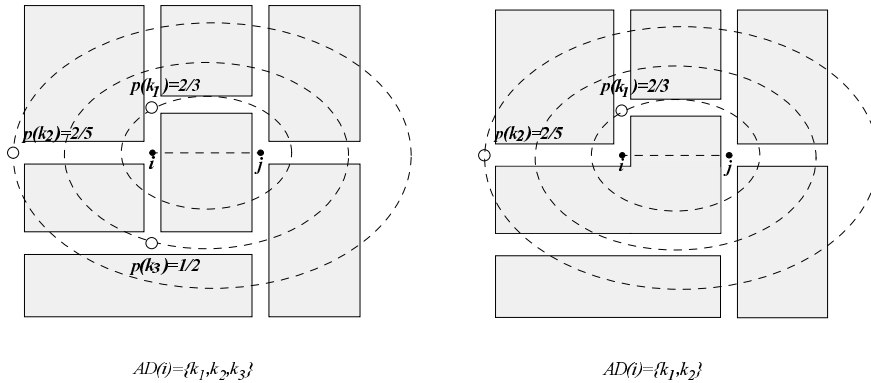


Figura 7.21 Pesos de los nudos adyacentes a “ i ”

La probabilidad de que se seleccione un determinado punto adyacente, depende no solo de su distancia a los nudos i y j , sino que también depende de cuantos y cuales son los restantes nudos del conjunto de adyacentes.

En los ejemplos de la figura, los nudos k_1 y k_2 tienen los mismos pesos, pero en el primer caso existe un tercer nudo k_3 . La probabilidad del nudo k_1 del segundo caso crece en un 20% frente al 12% del nudo k_2 al no existir el nudo k_3 .

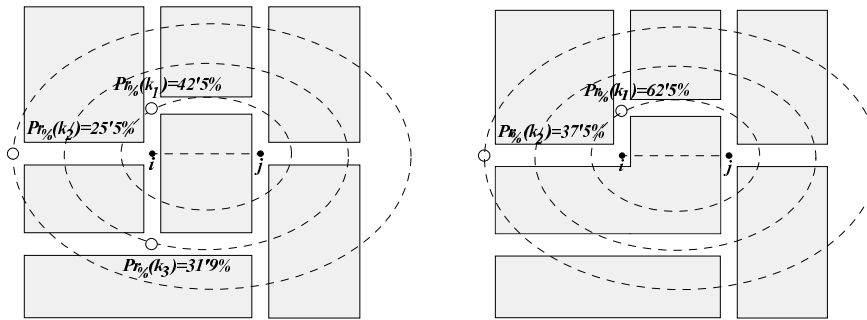


Figura 7.22 Probabilidades de los nudos de los ejemplos de la figura 7.21

Cuando las distancias entre los nudos que se quieren conectar son muy elevadas, las elipses de pesos son muy alargadas, por lo que, los nudos adyacentes al nudo inicio tiene pesos casi iguales. Esto provoca trayectorias muy enrevesadas y, por tanto, es necesario un elevado número de iteraciones para poder obtener la solución. Para evitar este problema y acelerar el proceso, en lugar de trazar las elipses con los focos en los nudos origen y destino, se tomarán como focos, al nudo origen i (punto hasta el que se ha trazado la trayectoria) y un punto e situado entre los nudos i y j , tal que la distancia $d(i,e)$ entre i y e sea igual a la distancia entre i y su nudo adyacente más alejado, siempre que j este a una distancia mayor.

$$d(i,e) = \max\{d(i,k) \mid \forall k \in AD(i)\} \quad (7.24)$$

$$(x_e, y_e) = \begin{cases} \left(\frac{x_i + \lambda \cdot x_j}{1 + \lambda}, \frac{y_i + \lambda \cdot y_j}{1 + \lambda} \right) & \text{si } d(i,e) < d(i,j) \\ (x_j, y_j) & \text{si } d(i,e) \geq d(i,j) \end{cases} \quad (7.25)$$

donde

$$\lambda = \frac{d(i,e)}{d(i,j) - d(i,e)} \quad (7.26)$$

De esta forma, los pesos de los nudos, no depende del nudo destino, sino de la dirección en la que se encuentra. Seleccionado un nudo, se repite el proceso desde él, pasando a ser el nuevo nudo i .

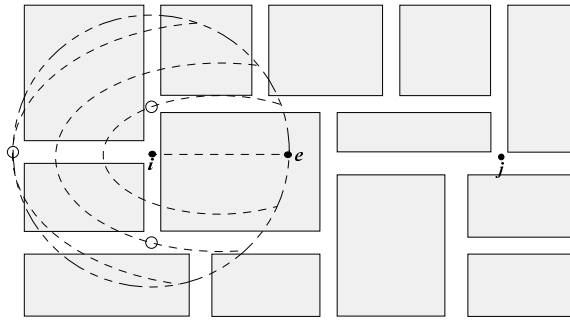


Figura 7.23 Elipses definidas por los punto i y e , cuando la distancias entre origen y destino son grandes

Dado que este proceso se inicia a partir de los dos nudos iniciales, se detiene cuando alguno de las dos trayectorias contacta con la contraria, siendo la trayectoria real de la línea los segmentos que hay entre los nudos iniciales y dicho nudo de intersección.

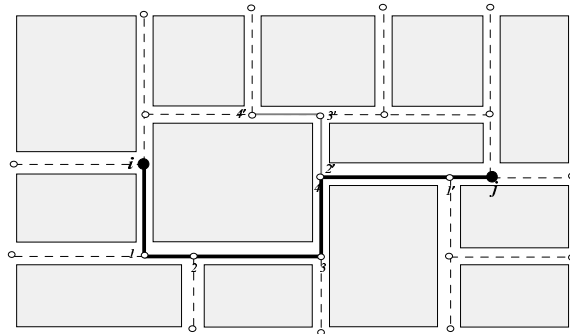


Figura 7.24 Resultado obtenido a partir de las trayectorias generadas desde cada extremo

7.5 Ejemplos

Los ejemplos se han realizado sobre el grafo de la ciudad de Vigo, a partir de una distribución de centros de transformación generada de forma aleatoria con valores comprendidos entre los 400 y los 1.000 kVA. Únicamente la posición de las subestaciones se corresponde con su ubicación real.

En el ejemplo de la figura 7.25 se representa la red de media tensión obtenida después de 50.000 iteraciones de un $(6,20)$ -EE, considerando 2 subestaciones y sin centros de reflexión. El coste es de 2.308 MPts. y está formada por 18 lazos, con un total de 742 Km. de zanja y 1306 Km. de cable.

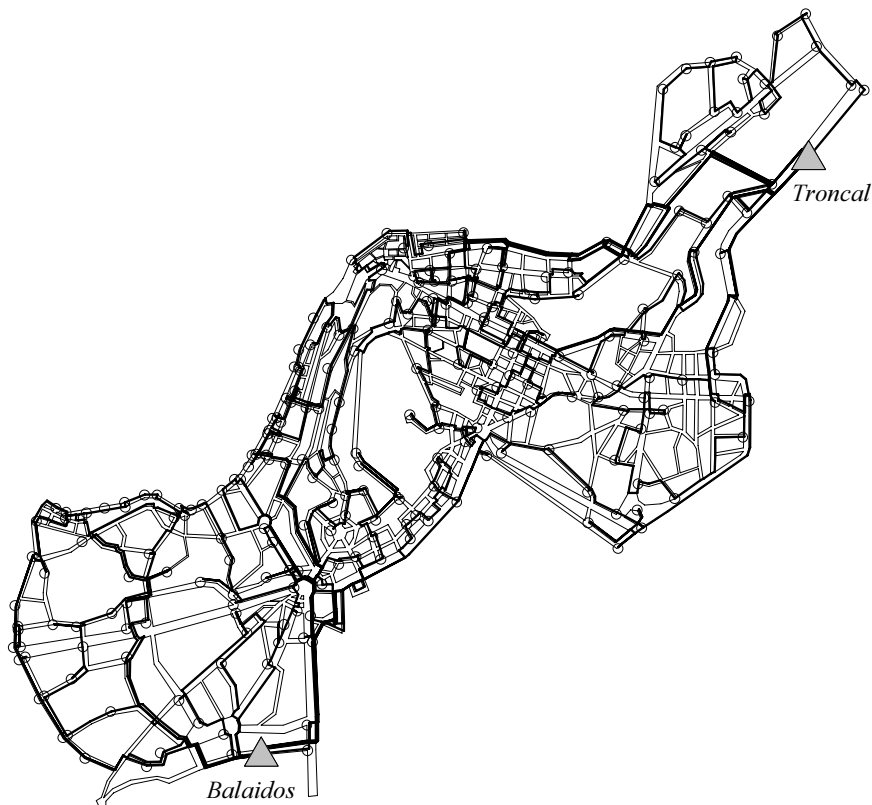


Figura 7.25 Red de media tensión de Vigo con 2 subestaciones

En las gráficas de la figura 7.26, se representa la evolución del coste, la longitud de cables y zanja y el número de lazos de la red de la figura 7.25.

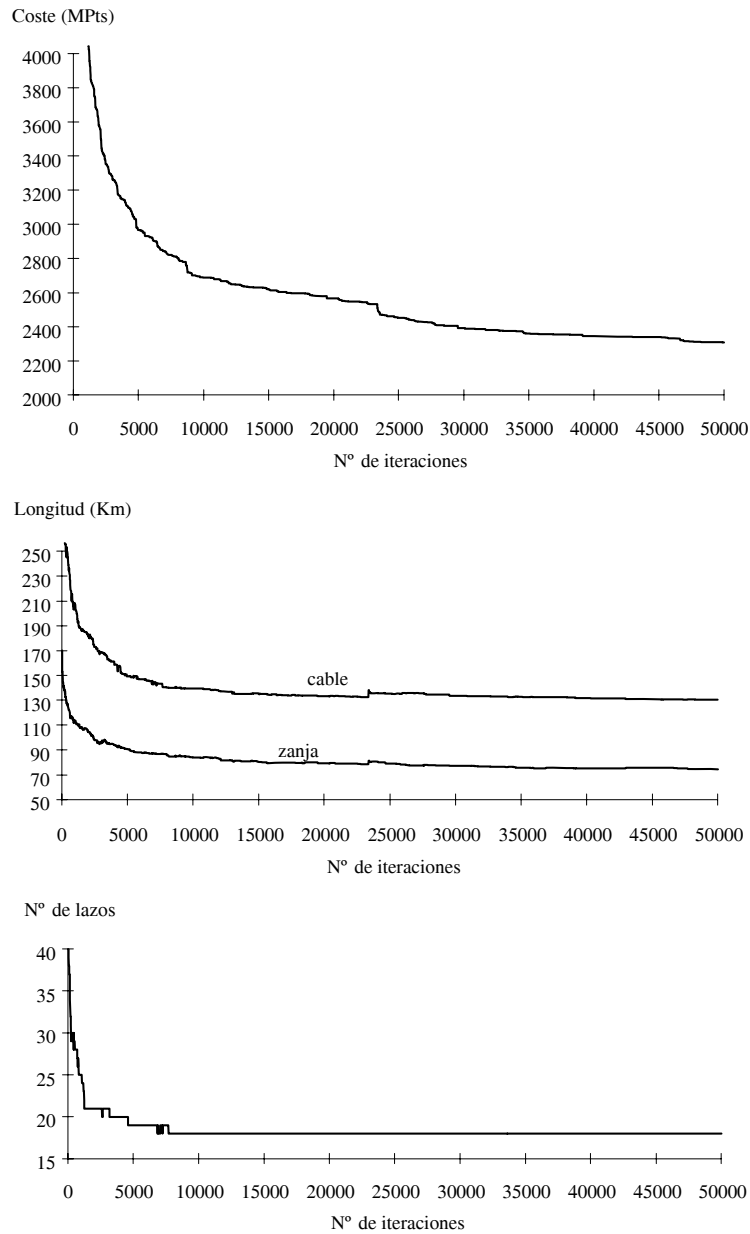


Figura 7.26 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjas y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.25

En el ejemplo de la figura 7.27 se representa la red de media tensión después de 35.000 iteraciones de un $(4,10)$ -EE, considerando 2 subestaciones y 6 centros de reflexión fijos. El coste, sin considerar las subestaciones ni los centros de reflexión es de 1.931 MPts. Está formada por 21 lazos, con un total de 74'2 Km. de zanja y 106'5 Km. de cable.

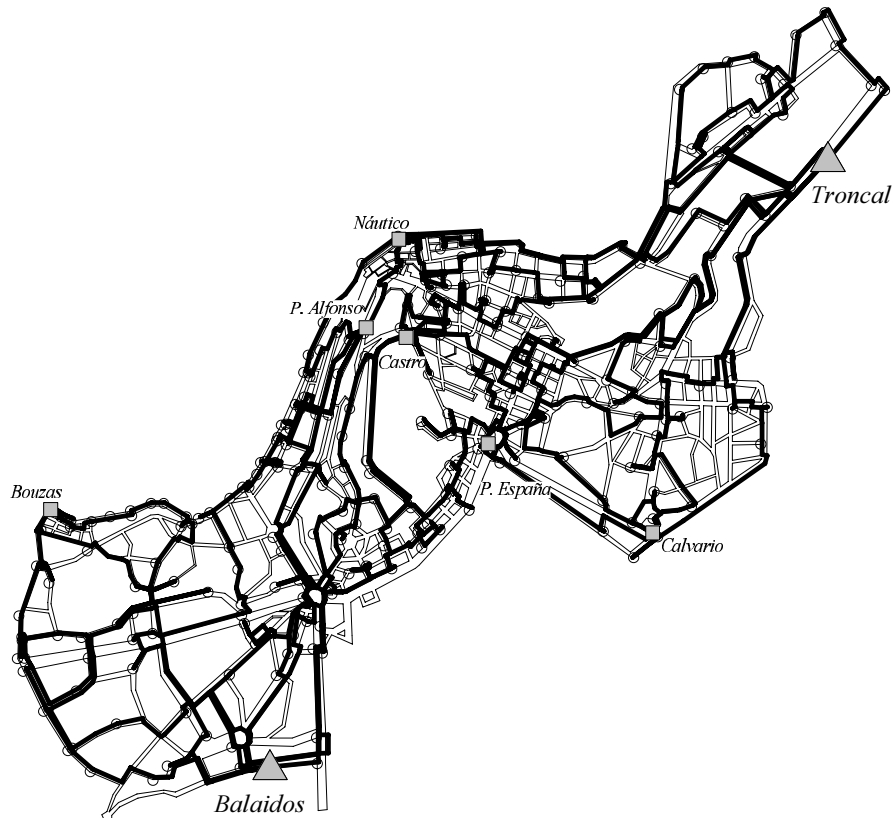


Figura 7.27 Red de media tensión de Vigo con 2 subestaciones y 6 centros de reflexión

En las gráficas de la figura 7.28, se representa la evolución del coste, de la longitud total de los cables y de la zanja así como el número de lazos que forman la red de la figura 7.27.

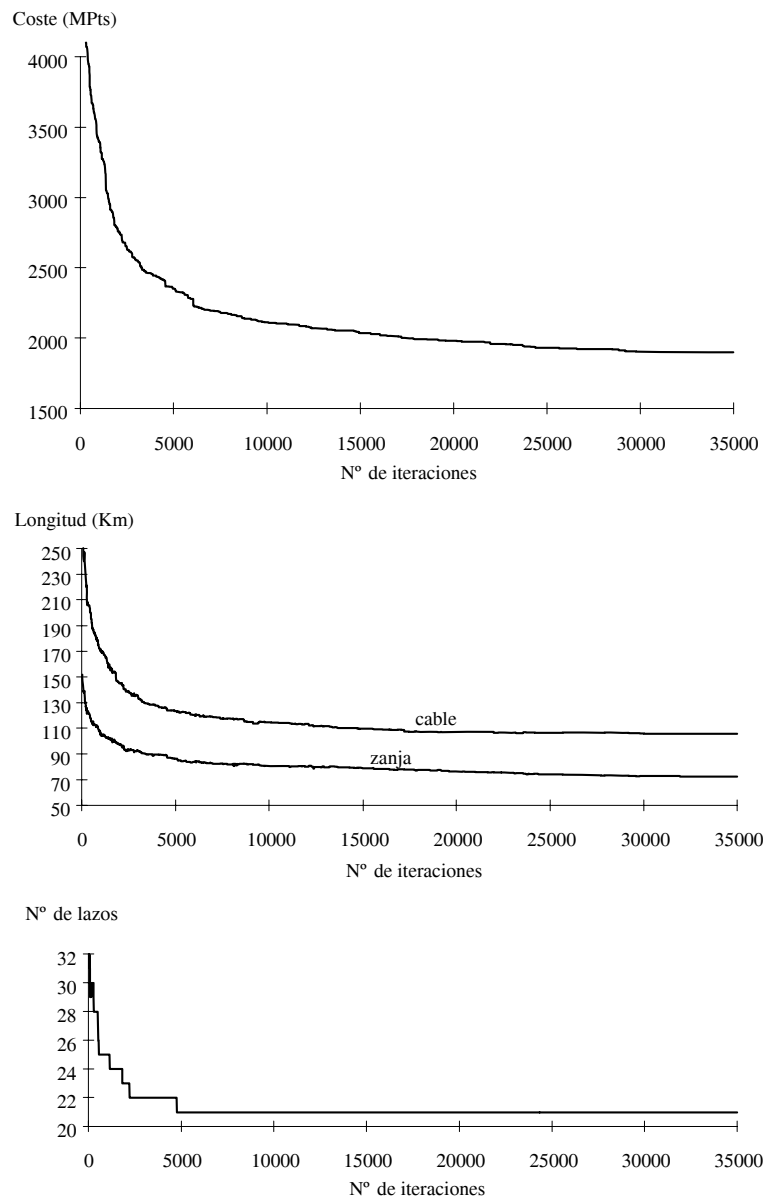


Figura 7.28 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjas y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.27

En el ejemplo de la figura 7.29 se representa la red de media tensión después de 200.000 iteraciones de un (4,6)-EE, considerando 3 subestaciones y sin centros de reflexión. El coste, sin considerar las subestaciones es de 1.643 MPts. Está formada por 18 lazos, con un total de 63'1 Km. de zanja y 88'4 Km. de cable.

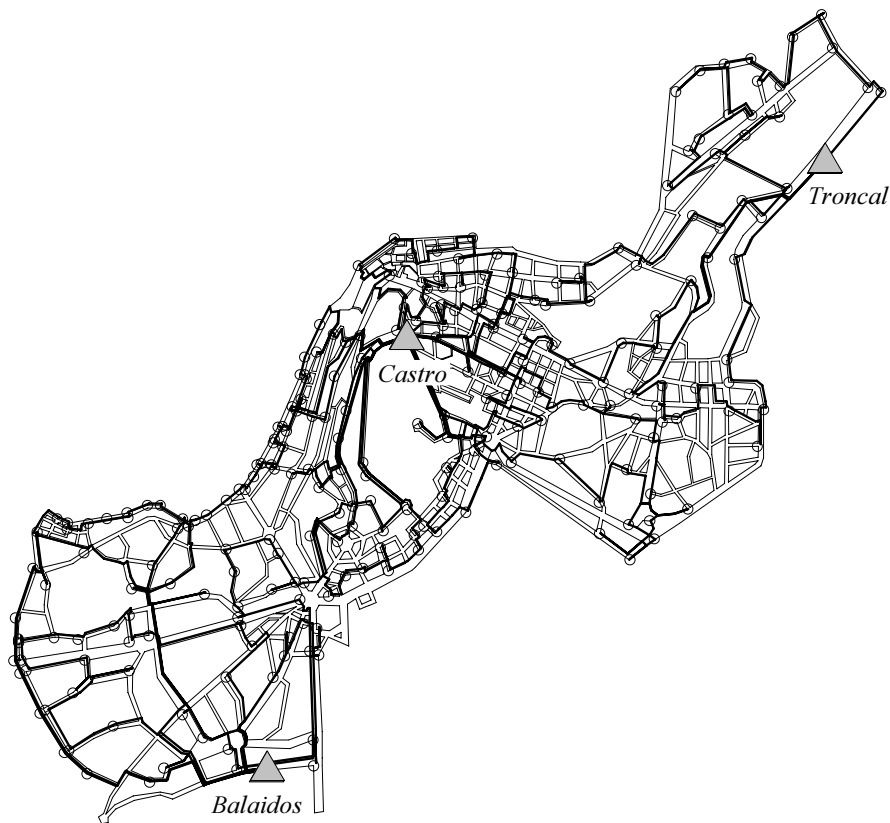


Figura 7.29 Red de media tensión de Vigo con 3 subestaciones

En las gráficas de la figura 7.30, se representa la evolución del coste, de la longitud total de los cables y de la zanja así como el número de lazos que forman la red de la figura 7.29.

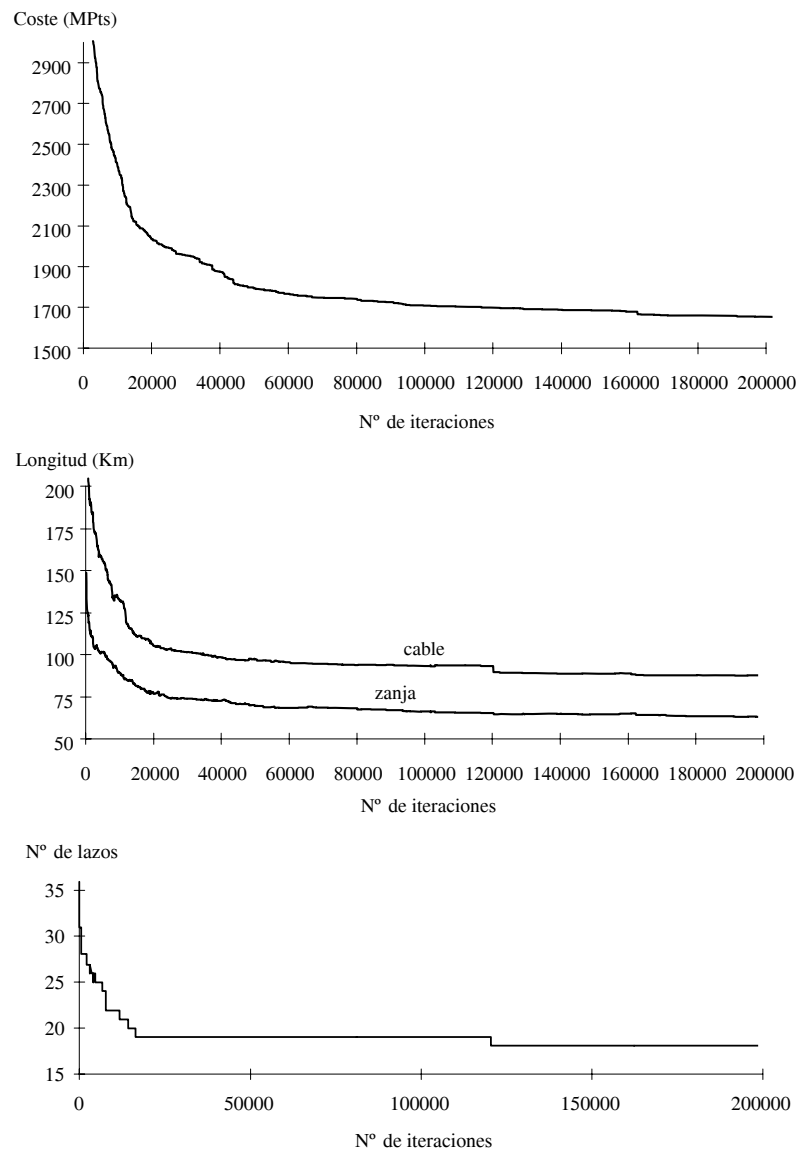


Figura 7.30 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjas y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.29

En el ejemplo de la figura 7.31 se representa la red de media tensión obtenida después de 60.000 iteraciones de un $(6,10)$ -EE, considerando 3 subestaciones y 6 centros de reflexión. El coste, sin considerar las subestaciones es de 1.304 MPts. Está formada por 19 lazos, con un total de 56'9 Km. de zanja y 71'8 Km. de cable. En la red obtenida, el centro de reflexión situado en la Plaza de Isabel la Católica no es necesario.



Figura 7.31 Red de media tensión de Vigo con 3 subestaciones y 6 centros de reflexión

En las gráficas de la figura 7.32, se representa la evolución del coste, de la longitud total de los cables y de la zanja así como el número de lazos que forman la red de la figura 7.31.

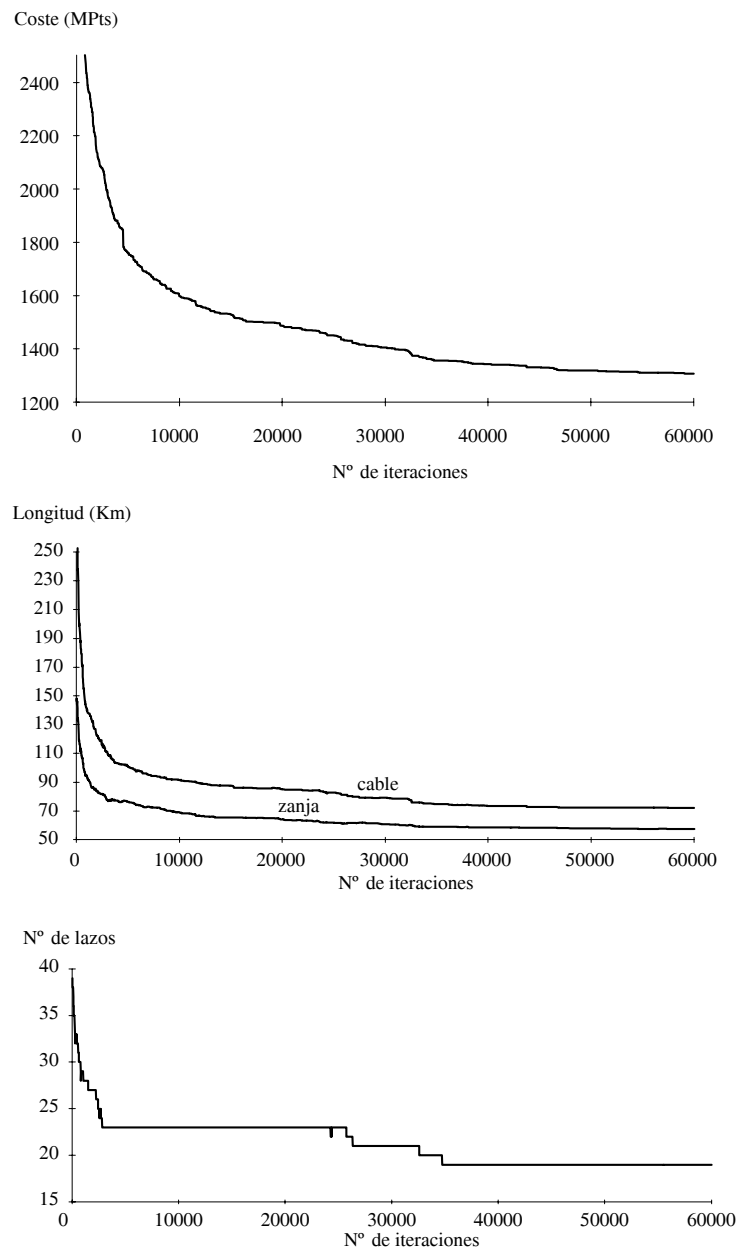


Figura 7.32 Curvas de la evolución del coste, la longitud de la red y las zanjas y del número de lazos, en el ejemplo de la figura 7.31

Conclusiones

A lo largo de los capítulos anteriores, se han propuesto varios algoritmos para la obtención de redes de distribución de gran dimensión. La aplicación principal de dichos algoritmos es en la planificación de las redes urbanas de distribución, si bien en el caso de baja tensión, el algoritmo permite resolver redes interiores a núcleos de población rurales o de baja densidad de carga. Además, se presenta un algoritmo que permite determinar aquellos núcleos que tendrán red de media tensión y centros de transformación y cuales no, conocida la distribución de los núcleos de población.

De los resultados obtenidos, se desprende que los algoritmos evolutivos son una alternativa a los métodos de programación matemática para la planificación de las redes de distribución por considerar casos más reales, sin necesidad de hacer simplificaciones en la función de coste. Son muchos los trabajos recogidos en la literatura dedicados a la planificación de redes de distribución, pero, la gran mayoría se basan en métodos de programación matemática, con dos grandes inconvenientes: por un lado requieren hacer un elevado número de simplificaciones y, por otro, son incapaces de resolver problemas de gran dimensión.

Desde el punto de vista del responsable de la planificación, los algoritmos evolutivos propuestos tienen dos propiedades de interés ante la toma de decisiones. Por un lado, se puede observar la evolución, obteniéndose soluciones provisionales a lo largo de todo el proceso y, por otro, si se realizan múltiples ejecuciones se pueden obtener soluciones diferentes, pero con valores de la función de coste muy próximos. Esto le permite al planificador poder seleccionar una u otra solución en función de criterios difícilmente evaluables en la función de coste.

El algoritmo propuesto para el diseño de redes de baja tensión interior a los núcleos de población, permite obtener redes de gran dimensión, pudiendo ejecutarse en casos como grandes ciudades, en un tiempo razonable. Además determina las posiciones y dimensiones óptimas de los centros de

transformación, pudiendo restringir su ubicación a los propios edificios (en los bajos), o dejarla libre, de forma que sean centros de transformación subterráneos (bajo la acera). Debido a que se ejecuta sobre un grafo de posibles trayectorias, las soluciones obtenidas siempre son posibles, pudiendo penalizarse el coste de aquellos tramos del grafo que, por razones urbanísticas se quieran evitar en lo posible, o por ser su coste de ejecución más elevado.

El algoritmo de baja tensión interior a los núcleos de población puede ser aplicado tanto a casos urbanos como rurales, dando resultados muy buenos para obtener la red y los centros de transformación en aquellos municipios o áreas, donde la dispersión de los clientes hace difícil diferenciar los diferentes núcleos. Además, debido a que se pueden emplear diferentes tipos de tendido de la red (posado y tensado), se puede emplear para calcular zonas donde hay densidades de carga muy dispares.

El algoritmos propuesto para el diseño de redes de baja tensión entre núcleos de población permite obtener a partir de datos más agregados de las cargas, como por ejemplo las entidades singulares de población, cuales van a tener centros de transformación y cuales no. Además, para los que no tienen centro de transformación, obtiene la red de baja tensión que los une con uno.

En el modelo de diseño de la red de media tensión urbana, se obtiene la red óptima considerando cuestiones como el hecho de compartir zanjas, las pérdidas en régimen de operación radial, las restricciones de capacidad y caídas de tensión en régimen normal y de emergencia, así como el correcto dimensionamiento de las subestaciones. No se ha considerado la obtención de la ubicación de las subestaciones porque, esta es una decisión que depende más de cuestiones urbanísticas y técnicas que de cuestiones eléctricas o económicas.

Tanto en el modelo de redes de media tensión como en el de baja tensión se han considerado solamente algunos de los términos del coste, pero es posible añadir cualquier otro término, sin tener que cambiar por ello los algoritmos evolutivos, puesto que solo afectarán a los procedimientos de evaluación de la función de coste.

Trabajos futuros

Todos los algoritmos de planificación propuestos en la tesis, se caracterizan por ser modelos estáticos, para la creación de redes nuevas completas. Es interesante plantear alternativas que permitan emplearlos como planes de expansión de redes de distribución existentes. No se puede olvidar que, en general, la planificación se realiza en áreas en las que ya existen instalaciones y, por tanto, no se va a dismantelar todo lo existente para construir una nueva red mejor. Tal como están propuestos, se pueden emplear en modelos de expansión, simplemente con la consideración de que en aquellos casos en que algún elemento de la red coincida con uno existente, que cumpla los requisitos exigidos, no se tenga en cuenta los costes de inversión. De todos modos, esto no sería la mejor solución posible en muchos casos, siendo preciso comprobar si es mejor sustituir el equipo existente, ampliarlo o simplemente mantenerlo. Además, en ocasiones esta decisión no se puede hacer aisladamente, siendo preciso tener en cuenta el resto de la red.

Otro camino interesante a desarrollar es su posible utilización en planes dinámicos, de forma que se pueda obtener, no solo la red óptima a lo largo del período en estudio, sino también el orden de las inversiones y actuaciones, en las sucesivas etapas del plan. Su implantación como planes pseudo-dinámicos no implica ningún problema, por ser una sucesión de planes estáticos. Incluso el hecho de que se obtengan diferentes soluciones al realizar múltiples ejecuciones, permite dar un espacio de soluciones para las diferentes etapas más amplio. Para su implantación como modelo dinámico requiere un diseño diferente de las funciones de coste, tanto en el modelo de media como en el de baja tensión.

En conclusión, para transformar los modelos en planes dinámicos y/o de expansión, los algoritmos de optimización no cambian, siendo necesario cambiar únicamente la forma de evaluar los costes. En el caso de aplicarlos a modelos dinámicos, es necesario determinar los costes considerando cada etapa del plan y decidir cual es el momento óptimo de inversión. Para la realización de los planes de expansión, es preciso determinar cuando una instalación hay que ampliarla, reemplazarla o mantenerla, de forma que el coste sea mínimo.

Referencias

- [1] *Plan Nacional de Electrificación Rural. Programa de instalaciones. Normas, especificaciones y presupuestos. Redes de baja tensión. Junio 1974.*
- [2] *Persoz, Santucci, Lemoine et Sapel. La planification des réseaux électriques. Collection de la Direction des Études et Recherches d'EdF. 1984.*
- [3] *U. Johannsen. Developpement a long terme des reseaux de distribution, représenté par un planning pour Hambourg. Cired 1979.*
- [4] *Bulteel. Comment investir en reseaux de distribution basse tension?. Une methode d'etude du probleme. Cired pag 160.*
- [5] *Wolff. Optimal size of substation and initial load for low-voltage cable networks in new developments. Cired 1981. Pag 321*
- [6] *Messenger, Thibon. Models and theoretical laws of the development of distribution systems. Examples of applications. Cired 1981. Pag 350.*
- [7] *K. Aoki, T. Ichimori and M. Kanezashi. Normal State Optimal Load Allocation in Distribution Systems. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. PWRD-2, No. 1, January 1987.*
- [8] *David E. Goldberg. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1989.*
- [9] *Nikolaus Hansen and Andreas Ostermeier. Adaptating arbitrary normal mutation distributions in evolution strategies: The covariance matrix adaptation. In proceedings of the 3rd IEEE Conference on Evolutionary Computation, pages 312-317. NY: IEEE Press, 1996.*

- [10] *Nikolaus Hansen, Andreas Ostermeier, and Andreas Gawelczyk. On the adaptation of arbitrary normal mutation distributions in evolution strategies: The generating set adaptation. In S. Forest, editor, Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms, pages 57-64. University of Illinois at Urbana-Champaign, Morgan Kaufmann, July 17-21 1993.*
- [11] *John H. Holland. Adaptation in Natural, and Artificial Systems. MIT Press, 1993.*
- [12] *Ingo Rechenberg. Evolutionsstrategie; Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. Frommann-Holzboog Verlag, Stuttgart, 1973.*
- [13] *H.-P. Schwefel. Numerical Optimization of Computer Models. Chichester: Wiley, 1981.*
- [14] *H.-P. Schwefel. Evolution and Optimum Seeking. New York: Wiley, 1995.*
- [15] *P.J.M. van Laarhoven and E.H.L. Aarts. Simulated Annealing: Theory and Applications. Kluwer Academic Publishers, 1987.*
- [16] *M. J. Carson, G. Cornfield. Design of low-voltage distribution networks. Interactive computer method based on the calculus of variations. Proceedings IEE, Vol. 120, No. 5, May 1973.*
- [17] *K. S. Hindi and Brameller. Design of low-voltage distribution networks: a mathematical programming method. Proc. IEE, Vol. 124, pp.54-58, No. 1, January 1977.*
- [18] *H. N. Tram and D. L. Wall. Optimal conductor selection in planning radial distribution systems. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 3, No. 1, pp. 200-206, May 1988.*
- [19] *J. K. Snelson and M. J. Carson. Logical design of branched l.v. distributors. Proc. IEE Vol. 117, No. 2, pp. 415-420, February 1970.*
- [20] *K. Haman, A. Brameller and K. S. Hindi. Solution of trans-shipment problems by network modelling and its application to generator scheduling and distribution design. Proceedings of the 5th Power System Computation Conference. pp. 1-16, 1975.*

- [21] K. S. Hindi, A. Brameller and Y. M. Hamam. *Optimal cable profile of l.v. radial distributors: two mathematical programming methods. Proc. IEE Vol. 123, No. 4, pp. 331-334, April 1976.*
- [22] Grimsdale, T. L. and Sinclair, P. H. *The design of the housing estate distribution system using a digital computer. Proc. IEE Vol. 107A, pp. 295-305, 1960.*
- [23] C.C. Meckiff and J. T. Boardman. *Circuit optimization algorithm for electrical networks using dynamic contingency analysis. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 5, pp.2343-2349, May 1981.*
- [24] J. T. Boardman and C.C. Meckiff. *A branch and bound formulation to an electricity distribution planning problem. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 8, pp. 2112-2118, August 1985.*
- [25] E.-C. Yeh, S. S. Venkata and Z. Sumic. *Improved distribution system planning using computational evolution. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 11, No. 2, May 1996.*
- [26] Zarko Sumic, S. S. Venkata and Todd Pistoese. *Automated underground residential distribution design. Part 1: conceptual design. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 2, April 1993.*
- [27] Zarko Sumic, S. S. Venkata and Todd Pistoese. *Automated underground residential distribution design. Part 2: prototipe implementation and results. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 2, April 1993.*
- [28] H. Freund, G. Lotter, U. Kämmerer, L. Klein and others. *Utilization of a Graphic-based Information System for Computer-aided Planning of Urban Medium-Voltage Networks. CIRED 1989.*
- [29] Z. Bozic, E. Hobson. *Urban underground network expansion planning. IEE Proceedings Gener. Transmission and Distribution, Vol 144, No. 2, March 1997.*
- [30] Z. Bozic. *Sorftware system for h.v. network expansion planning. Ph. Dr. thesis. June 1996.*

- [31] *Miroslav D. Nimrihter. Comparative analysis of security concepts for urban medium voltage cable distribution networks. Electric Power System Research Vol. 29, pp. 43-50, 1994.*
- [32] *J. Nahman and D. Peric. Analysis of cost of urban medium voltage distribution networks.. Electric Power & Energy Systems Vol. 20, No. 1, pp. 7-16, 1998.*
- [33] *Dai Hongwei, Yu Yixin and others. Optimal planning of distribution substation locations and sizes-model and algorithm. Electrical Power & Energy Systems, Vol. 18, No. 6, pp. 353-357, 1996.*
- [34] *T. E. Lee, M. Y. Cho, C. S. Chen. Distribution system reconfiguration to reduce resistive losses. Electric Power Systems Research, No. 30, pp. 25-33, 1994.*
- [35] *E. Lakervi and E. J. Holmes. Electricity distribution network design. IEE Power Engineering Series 21. Peter Peregrinus Ltd, 1995.*
- [36] *M. Ponnavaikko, K. S. Prakasa Rao and S. S. Venkata. Distribution system planning through a quadratic mixed integer programming approach. IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. PWRD-2, No. 4, pp. 1157-1163, October 1987.*
- [37] *Y. Backlund and J. A. Bubenko. Computer aided distribution system planning. Electric Power & Energy System, Vol. 1, No. 1, pp. 35-45, 1979.*
- [38] *E. Masud. Distribution planning: state of the art and extensions to substation sizing. Electric Power Systems Research, No. 1, pp. 203-212, 1978.*
- [39] *L. Chen-Ching, J. L. Seung and V. Khoi. Loss minimization of distribution feeders: optimality and algorithms. IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 4, No. 2, pp. 1281-1289, 1989.*
- [40] *G. Ahlbom, B. Axelsson Y. Backlund, J. Bubenko and G. Toraeng. Practical application of computer-aided planning of public distribution system. Proceedings of the 8th International Conference on Electricity Distribution (CIRED), pp. 424-428, 1985.*

- [41] M. N. Eggelton, M. Mazzoni, E. Van Geert and others. *Network structure in sub-transmission systems: features and practices in different countries. Proceedings of the 16th International Conference on Electricity Distribution (CIRED)*, paper 6.09, 1993.
- [42] D. M. Chamberlin. *A design guide for conventional underground distribution systems. IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. 2, No. 2, pp. 551-557, 1987.
- [43] H. Saducas. *Distrubution planning. Proceedings of the 1994 residential school in electric power engineering, University of Sydney*, D5-1 - D5-21, 1994.
- [44] N. Mijuscovic. *Optimal operation planning of distribution systems considering security constaints. Electric Power & Energy Systems*, Vol. 14, No. 6, pp. 383-386, 1992.
- [45] Combined CIGRE and CIRED Working Group CC.01. *Interaction between transmission and distribution system planning: Final Report. CIGRE 1994 Meeting, Paris*.
- [46] EDF Report. *Study of the power supply to cities. EDF, Paris*.
- [47] T. Gönen and I. J. Ramírez-Rosado. *Review of distribution system planning models: a model for optimal multistage planning. IEE proceedings-C*, Vol. 133, No. 7, pp. 397-408, 1986.
- [48] A. C. Marshall, T. B. Boffey, J. R. Green and H. Hague. *Optimal design of electricity distribution networks. IEE proceedings-C*, Vol. 138, No. 1, pp. 69-77, 1991.
- [49] J. E. D. Northcote-Green, R. F. Silva, J. A. D. Hernando and J. Diego. *The use of computer aided distribution planning and design for the development of urban master plans. Proceedings of the 12th International Conference on Electricity Distribution (CIRED)*. pp. 477-482, 1989.
- [50] M. A. Abu-El-Magd and W. T. Miller. *Application of optimization techniques to the long-range planning of distribution systems. Proceedings of the 14th Modelling and Simulation Annual Conference, Pittsbourgh, PA*. pp. 115-119, 1983.

- [51] M. J. Juricek, A. Fukutome and M. S. Chen. *Transportation analysis of an electric power distribution system. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 96, No. 5, pp. 1528-1534, 1977.*
- [52] M. Launay. *Use of computer graphics in data management systems for distribution network planning in 'Electricite de France' (EDF). IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 101, No. 2, pp. 276-283, 1982.*
- [53] D. M. Crawford and S. B. Holt. *A mathematical optimization technique for locating and sizing distribution substations and deriving their optimal service areas. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 94, pp. 230-235, 1975.*
- [54] G. L. Thompson and D. L. Wall. *A branch and bound model for choosing optimal substation locations. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100, No. 5, pp. 2683-2688, 1981.*
- [55] D. L. Wall, G. L. Thompson and J. E. D. Northcote-Green. *An optimisation model for planning radial distribution networks. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 98, pp. 1061-1068, 1979.*
- [56] E. Masud. *An interactive procedure for sizing and timing distribution substations using optimisation techniques. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 93, No. 5, pp. 1281-1286, 1974.*
- [57] D. I. Sun D. R. Farris, P. J. Cote and R. R. Shoults. *Optimal distribution substation and primary feeder planning via the fixed charge network formulation. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 101, No. 3, pp. 602-609, 1982.*
- [58] T. Gönen and B. L. Foote. *Distribution system planning using mixed-integer programming. IEEE Proceedings C, Vol. 128, No. 2, pp. 70-79, 1981.*
- [59] K. Aoki, K. Nara, T. Satoh, M. Kitagawa and K. Yamanaka. *New approximate optimization method for distribution system planning. IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 5, No. 1, pp. 126-132, 1990.*

- [60] H. L. Willis and J. E. D. Northcote-Green. *Comparison of several computerized distribution planning methods. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 104, No. 1, pp. 233-240, 1985.
- [61] H. L. Willis, H. Tram M. V. Emgel and L. Finley. *Optimisation applications to power distribution. IEEE Computer Applications in Power*, Vol. 8, No. 4, pp. 12-17, October 1995.
- [62] H. L. Willis, H. Tram M. V. Emgel and L. Finley. *Selecting and applying distribution optimization methods. IEEE Computer Applications in Power*, Vol. 9, No. 1, pp. 12-17, January 1996.
- [63] T. Gönen and I. J. Ramírez-Rosado. *Optimal multi-stage planning of power distribution systems. IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. 2, pp. 512-519, 1987.
- [64] A. Stankovic and M. Calovic. *Graph oriented algorithm for the steady state security enhancement in distribution networks. IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, pp. 539-544, 1989.
- [65] K. Nara, T. Satoh, H. Kuwabara, K. Aoki, M. Kitagawa and T. Ishihara. *Distribution system expansion planning by multi-stage branch exchange. IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 208-214, 1992.
- [66] T. H. Fawzi, K. F. Ali and S. M. El-Sobki. *A new planning model for distribution systems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 102, No. 9, pp. 3010-3017, 1983.
- [67] M. A. El-Kady. *Computer aided planning of distribution substation and primary feeders. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 103, No. 6, pp. 1183-1189, 1984.
- [68] M. Carneiro, P. M. França and P. D. Silveira. *Long-range planning of power distribution systems: primary networks. Electric Power Systems Research*, No. 27, pp. 223-331, 1993.
- [69] R. N. Adams and M. A. Laughton. *Optimal planning of power networks using mixed-integer programming. IEE Proceeding*, Vol. 121, No. 2, pp. 139-147, 1974.

- [70] H. K. Temraz and V. H. Quintana. *Distribution system expansion planning models: an overview*. *Electric Power Systems Research*, No. 26, pp. 61-70, 1993.
- [71] I. J. Ramírez-Rosado and T. Gönen. *Pseudodynamic planning for expansion of power distribution system*. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 245-254, 1991.
- [72] IEEE Committee Report. *Guidelines for use in developing a specific underground distribution system design standard*. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No. 3, pp. 810-827, May/June 1978.
- [73] B. Dengiz, F. Altiparmak and A. E. Smith . *Local search genetic algorithm for optimal design of reliable networks*. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 1, No. 3, pp. 179-188, September 1997.
- [74] T. Burkhardt, H.-J. Koglin and K. Werth. *Optimal planning of medium voltage networks*. *Elektrizitätswirtschaft*, Vol. 82, No. 9, pp. 300-305, 1983. (en alemán)
- [75] J. T. Boardman and B. W. Hogg. *Computer method for design of electricity-supply networks*. *Proc. IEE*, Vol. 119, No. 7, pp. 851-856, July 1972.
- [76] G. J. Salis and A. S. Safigianni. *Optimum long-term planning of a radial primary distribution network. Part I: data description and first proposed network form*. *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 20, No. 1, pp. 35-41, 1998.
- [77] G. J. Salis and A. S. Safigianni. *Optimum long-term planning of a radial primary distribution network. Part II: development of the optimum long-term planning method*. *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 20, No. 1, pp. 43-51, 1998.
- [78] M. Ponnavaikko and K. S. Prakasa Rao. *An approach to optimal distribution system planning through conductor gradation*. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No. 6, pp. 1735-1742, June 1982.

- [79] B. Stewart and D. M. Crawford. *Distribution substation planning using optimization methods.*
- [80] M. Kaplan and A. Braunstein. *Contribution to the determination of the optimum site for substations. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 5, pp. 2263-2270, May 1981.*
- [81] W. M. Lin, M. T. Tsay and S. W. Wu. *Application of geographic information system for substation and feeder planning. Electrical Power & Energy System, Vol. 18, No. 3, pp. 175-183, 1996.*
- [82] S. K. Goswami and S. K. Basu. *A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7, No. 3, pp. 1484-1491, July 1992.*
- [83] I. Roytelman, V. Melnik, S. S. H. Lee and R. L. Lugtu. *Multi-objective feeder reconfiguration by distribution management system. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 2, pp. 661-667, May 1996.*
- [84] G. J. Salis and A. S. Safigianni. *Economically justified modification of a radial network to an optimal form. Advances in Engineering Software, Vol. 21, pp. 49-65, 1994.*
- [85] Ali Abur. *A modified linear programming method for distribution system reconfiguration. Electrical Power & Energy System, Vol. 18, No. 7, pp. 469-474, 1996.*
- [86] G. J. Peponis and M. P. Papadopoulos. *Reconfiguration of radial distribution networks: application of heuristic methods on large-scale networks. IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., Vol. 142, No. 6, pp. 631-638, November 1995.*
- [87] G. J. Peponis, M. P. Papadopoulos and N. D. Hatziargyriou. *Optimal operation of distribution networks. IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 11, No. 1, pp. 59-67, February 1996.*

- [88] I. J. Ramírez-Rosado and R. N. Adams. *Optimal design of electric energy distribution systems: multiobjective mathematical modelling. International Journal of Energy Systems*, Vol. 13, No. 2, pp. 61-67, 1993.
- [89] I. J. Ramírez-Rosado, R. N. Adams and R. Gönen. *Computer-aided design of power-distribution systems: multiobjective mathematical simulations. International Journal of Energy Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 9-12, 1994.
- [90] C. R. Cavati. *Optimizing the planning of electrical energy distribution systems. International Journal of Energy Systems*, Vol. 17, No. 1, pp. 62-66, 1997.
- [91] H. K. Youssef, R. Hackam and M. A. Abu-El-Magd. *Novel optimization model for long range distribution planning. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-104, No. 11, pp. 3195-3202, November 1985.
- [92] H. L. Willis, J. E. D. Northcote-Green and H. N. Tram. *Computerized distribution planning. Data needs and results with incomplete data. IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. PWRD-2, No. 4, pp. 1228-1235, October 1987.
- [93] H. L. Willis, H. N. Tram and R. W. Powell. *A Computerized, cluster based method of building representative models of distribution systems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-104, No. 12, pp. 3469-3474, December 1985.
- [94] U. G. W. Knight. *The logical design of electrical networks using linear programming methods. The Institution of Electrical Engineers, Paper No. 3138 S*, pp. 306-314, December 1959.
- [95] M. Ponnavaikko and K. S. Prakasa Rao. *Optimal distribution system planning. IEEE Transaction on Power Apparatus and System*, Vol. PAS-100, No. 6, pp. 2969-2977, June 1981.
- [96] C. W. Hasselfield, P. Wilson, L. Penner, M. Lau and A. M. Gole. *An automated method for least cost distribution planning. IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, No. 2, pp. 1188-1194, April 1990.

- [97] S. Jonnavithula and R. Billinton. Minimum cost analysis of feeder routing in distribution system planning. 96 WM 113-1 PWRD, 1996.
- [98] V. Miranda, D. Srinivasan and L. M. Proença. Evolutionary computation in power systems. *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 20, No. 2, pp. 89-98, 1998.
- [99] D. E. Bouchard and M. M. A. Salama. Optimal distribution feeder routing and optimal substation sizing and placement using evolutionary strategies. *Proceedings of the 1994 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Vol. 2, Halifax, Canada, pp. 661-664, 1994.
- [100] I. J. Ramírez-Rosado and J. L. Bernal-Agustín. Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 13, No. 2, pp. 696-703, May 1998.
- [101] V. H. Quintana, H. K. Temraz and K. W. Hipel. Two-stage power system distribution planning algorithm. *IEE Proceedings-C*, Vol. 140, No. 1, pp. 17-29, 1993.
- [102] Y-Y Hsu and Y Jwo-Hwu. Planning of distribution substations, feeders and sectionalizing switches using heuristic algorithms. *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 18, No. 5, pp. 315-322, 1996.
- [103] V. Glamocanin and V. Filipovic. Open loop distribution system design. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 4, pp. 1900-1906, April 1993.
- [104] G. J. Peponis and M. P. Papadopoulos. New dynamic, branch exchange method for optimal distribution system planning. *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 144, No. 3, pp. 333-339, May 1997.
- [105] S. K. Goswami. Distribution system planning using branch exchange technique. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 2, pp. 718-723, May 1997.
- [106] K. Nara, T. Satoh, K. Aoki, M. Kitagawa and T. Ishihara. Multi-year expansion planning for distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 3, pp. 952-958, August 1991.

- [107] Y-Y Hsu and Y Jwo-Hwu. Planning of distribution feeder reconfiguration with protective device coordination. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 3, pp. 1340-1347, July 1993.
- [108] K. Aoki, K. Nara, M. Itoh, T. Satoh and H. Kuwabara. A new algorithm for service restoration in distribution systems. *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 4, No. 3, pp. 1831-1838, July 1989.
- [109] K. Aoki, H. Kuwabara, T. Satoh and M. Kanazashi. An efficient algorithm for load balancing of transformers and feeders by switch operation in large scale distribution systems. *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 3, No. 4, pp. 1865-1872, October 1988.
- [110] R. J. Sarfi, M. M. A. Salama and A. Y. Chikhani. A survey of the state of the art in distribution system reconfiguration for system loss reduction. *Electric Power Systems Research*, Vol. 31, pp. 61-70, 1994.
- [111] On behalf of the IEEE/PES Working Group on System Design. A survey of distribution reliability measurement practices in the U.S. IEEE, PE-218-PWRD-0-1-1998.
- [112] K. K. Kariuki and R. N. Allan. Assessment of customer outage costs due to electric service interruptions: residential factor. *IEE proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 143, No.2, pp. 163-170, March 1996.
- [113] K. K. Kariuki and R. N. Allan. Evaluation of reliability worth and value of lost load. *IEE proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 143, No.2, pp. 171-180, March 1996.
- [114] R. Billinton, E. Chan and G. Wacker. Probability distribution approach to describe customer costs due to electric supply interruptions. *IEE proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 141, No.6, pp. 594-598, November 1994.
- [115] C.-K- Woo and R. L. Papp. Costs of service disruptions to electricity consumers. *Energy*, Vol. 17, No. 2, pp. 109-126, 1992.

- [116] E. Wojczynski, R. Billinton and G. Wacker. *Interruption cost methodology and results - A Canadian commercial and small industry survey*. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PAS-103, No. 2, pp. 437-444, February 1984.
- [117] R. Billinton and P. Wang. *Reliability-network-equivalent approach to distribution-system-reliability evaluation*. *IEE proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 145, No.2, pp. 149-153, March 1998.
- [118] R. Billinton and R. N. Allan. *Distribution system reliability indices and their evaluation*. *Reliability in Electric and Electronic Components and Systems*, E. Lauger and J. Moltoft editors. North-Holland Publishing Company, 1982.
- [119] M. Blanchard, L. Delorme, C. Simard and Y. Nadeau. *Experience with optimization software for distribution system planning*. *IEEE 96 WM 249-3 PWRS*, 1996.
- [120] S. K. Khator and L. C. Leung. *Power distribution planning: a review of models and Issues*. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 3, pp. 1151-1159, August 1997.
- [121] P. M. S. Carvalho, L. A. F. M. Ferreira, F. G. Lobo and L. M. F. Barruncho. *Optimal distribution network oexpansion planning under uncertainty by evolutionary decision convergence*. *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 20, No. 2, pp. 125-129, 1998.
- [122] E. Míguez, E. Díaz-Dorado and J. Cidrás. *An application of an evolution strategy in power distribution system planning*. *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pp. 241-246, May 1998.
- [123] V. Miranda, J. V. Ranito and L. M. Proença. *Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning*. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, No. 4, pp. 1927-1933, November 1994.
- [124] P. Wolfe. *The simplex method for quadratic programming*. *Econometrica*, Vol. 27, pp. 382-399, July 1959.
- [125] H. L. Willis. *Spatial electric load forecasting*. Marcel Dekker, Inc. 1996.

- [126] H. L. Willis. *Power distribution planning reference book*. Marcel Dekker, Inc. 1997.
- [127] T. Burkhardt, K. Werth, L. Klein and H.-J. Koglin. *Decision making including forecast uncertainties and optimal routing in distribution networks*. *Proc. of the 8th International Conference on Electricity Distribution (CIRED)*, pp. 429-433, 1985.
- [128] R. C. Prim. *Shortest connection networks and some generalizations*. *Bell Syst. Tech. Journal*, Vol 36, 1957.
- [129] J. B. Kruskal. *On the shorest spanning subtree of a graph and the travelling salesman problem*. *Proc. Am. Math. Soc.*, Vol. 7, pp. 48-50, 1956.
- [130] L. R. Foulds. *Graph theory applications*. Universitext, Springer-Verlag, 1992.
- [131] G. L. Nemhauser, A. H. G. Rinnooy Kan and M. J. Todd. *Handbooks in operations research and management science. Volume 1: Optimization*. North-Holland, 1989.
- [132] A. Díaz, F. Glover, H. M. Chaziri, J. L. González, M. Laguna, P. Moscato and F. T. Tseng. *Optimización heurística y redes neuronales en dirección de operaciones e ingeniería*. Editorial Paraninfo, 1996.
- [133] C. S. Chia. *Optimized distribution design*. Ph. Dr. thesis. October 1971.
- [134] K. S. Hindi. *Optimisation of gas storage and l. v. distribution systems*. Ph. Dr. thesis. November 1975.
- [135] Ch. Mandl. *Applied network optimization*. Academic Press, 1979.
- [136] P. Messenger. *Un systeme de distribution pour les zones rurales a faible densite de consommation*. pp. 374-379.
- [137] K. Argiropoulos. *A comparison of alternative approaches to electrification of rural areas*. *CIRED* pp. a.11.1-a.11.6, 1987.
- [138] R. Cicoria. *Planification des reseaux de distribution basse tension au moyen de modeles dynamiques..* *CIRED* pp. 6.15.1-6.17.5, 1995.

- [139] E. Dahl. *Conception et planification d'un reseau public de distribution*. pp. 381-387.
- [140] F. J. Farrell. *Les criteres de tension pour un systeme rural de distribution*. pp. 369-373.
- [141] E. O. Lakervi. *Utilisation des methodes systematiques pour la planification des reseau de distribution*. pp. 359-363.
- [142] D. P. Agoris. *Medium-voltage distribuion-network planning developing countries*. *International Journal of Power and Energy Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 27-33, 1994.
- [143] G. J. Salis and A. S. Safigianni. *Economical optimization of a radial power network based on voltage drop creterion*. *Advances in Engineering Software*, Vol. 22, pp. 1-20, 1995.
- [144] Y. Backlund and J. A. Bubenko. *Computer aided distribution system planning: part2. Primary and secondary dircuits modelling*. *Proceedings of the 6th Power Systems Computation Conference (PSCC)*, pp. 166-175, 1978.
- [145] I. J. Ramírez-Rosado. *Computer aided design of electric power distribution networks: solutions via multiobjective Optimization*. *Secretariado de publicaciones de la Universidad de Zaragoza*, 1991.
- [146] Z. Michalewicz. *Genetic Algorithms + data structures = evolution programs*. Springer-Verlag, 1992.
- [147] J. Cidrás, E. Míguez y E. Díaz-Dorado. *Informe del proyecto para Unión Eléctrica Fenosa: Desarrollo de algoritmos y programas para modelización de redes eléctricas de mínimo coste*. *Laboratorio de Electrotecnia y Redes Eléctricas - Universidad de Vigo*.
- [148] *Unión Eléctrica Fenosa y el Grupo de Electrotecnia y Redes Eléctricas de la Universidad de Vigo. Propuesta de Modelo de Retribución de la Actividad de Distribución. Presentado por Unión Eléctrica Fenosa a la Comisión del Sector Eléctrico Nacional (CSEN) en noviembre de 1996.*

Apéndice A

Estrategias de Evolución

A.1 Algoritmo evolutivo

Las estrategias de evolución (EE) son técnicas de optimización probabilística^[132] basadas en los principios de la evolución o selección natural de los seres vivos. Estas técnicas pertenecen al grupo denominado Algoritmos de Evolución que, también incluye a los Algoritmos Genéticos, a los Programas de Evolución y al Recocido Simulado, entre otros. La principal aplicación de los algoritmos de evolución es en problemas de optimización cuya función de coste o las restricciones impuestas no permiten emplear métodos clásicos de optimización matemática (discontinuas, no lineales, etc.).

Dada una función de evaluación f y la región de soluciones factibles, M , donde se cumplen las restricciones G ,

$$f: M \subseteq R^n \rightarrow R \quad (A.1)$$

$$\begin{aligned} M &= \left\{ \bar{x} \in R^n \mid g_j(\bar{x}) \geq 0, \forall g_j \in G \right\} \\ G &= \left\{ g_j: R^n \rightarrow R \mid \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \right\} \end{aligned} \quad (A.2)$$

el problema de optimización consiste en determinar algún valor, $\bar{x}_{opt}$, que minimice la función f .

$$f(\bar{x}_{opt}) = \min \{ f(\bar{x}) \mid \bar{x} \in M \subseteq R \} \quad (A.3)$$

Los algoritmos evolutivos se ejecutan sobre un subconjunto del espacio de soluciones factibles, al que se denomina *población*, el cual, está formado por un conjunto de *individuos* adecuadamente codificados. Se van realizando sucesivos pasos, *generaciones*, para hacer evolucionar la población hacia soluciones mediante la aplicación de *operadores de evolución*.

A.1.1 Codificación

La notación empleada para representar a la población de la generación t , será P^t y estará formada por un conjunto de μ individuos $\vec{a}_k^t$.

$$\vec{a}_k^t = (\theta, \vec{x}, \vec{\sigma}, \vec{\alpha})_k^t \in P^t, \quad k \in \{1, 2, \dots, \mu\} \quad (A.4)$$

donde

θ	es el número de generaciones que le restan de vida al individuo
$\vec{x}$	es el vector que codifica el espacio de soluciones (<i>modelo externo</i>)
$\vec{\sigma}$	es un vector de desviaciones típicas de una distribución normal que condiciona el operador de mutación
$\vec{\alpha}$	matriz de correlaciones que condicionan las mutaciones de $\vec{x}$

tal que

$$\theta \in N, \quad \vec{x} \in R^n, \quad \vec{\sigma} \in R_+^{n_\sigma}, \quad \vec{\alpha} \in [-\pi, \pi]^{n_\alpha}$$

$$\vec{a}_k^t \in I = R^n \times S, \quad P^t \in I^\mu$$

siendo S el conjunto de parámetros de estrategia o *modelo interno* que depende del tipo de estrategia de evolución.

A.1.2 Operador de mutación

El operador de mutación $mut: I \rightarrow I$ es el operador genético más importante en las estrategias de evolución, siendo el único operador empleado en los primeros algoritmos desarrollados.

El operador de mutación se define de acuerdo a una distribución normal de media cero y con desviaciones típicas que serán constantes en unos casos y variables en otros. La razón de que intervenga la distribución normal en el operador de mutación, es conseguir que las mutaciones que provocan cambios pequeños tengan una mayor probabilidad que aquellos cuyos efectos son grandes, al igual que ocurre en la evolución de los seres vivos. El efecto conseguido sobre un individuo de la población al aplicarle el operador de mutación es

$$mut(\vec{x}) = \vec{x} + \vec{w} \quad (A.5)$$

siendo $\vec{w} \sim N(\vec{0}, \mathbf{A})$ una variable aleatoria de distribución normal n-dimensional, cuyo vector de medias $\vec{0}$ es el vector nulo y $\mathbf{A}$ es la matriz de covarianzas.

Una de las principales características de las estrategias de evolución es su capacidad de *adaptación* de la mutación, mediante la variación de los valores de la matriz de covarianzas $\mathbf{A}$. Esto permite que, si la evolución hacia la solución óptima es muy lenta se acelere el proceso, incrementando el valor del paso medio esperado, mientras que si se está cerca de la solución, se reduce para poder aproximarse sin estar oscilando en torno a la solución, pero sin alcanzarla.

Los primeras técnicas empleadas eran deterministas, (regla de 1/5 de Rechenberg^[12]), pero su justificación es difícil y, aunque en algunos casos ha dado buenos resultados, no siempre es adecuada. En la actualidad las técnicas empleadas consisten en integrar los parámetros de la mutación como parte de la codificación del propio individuo, de forma que se les aplica el operador de mutación simultáneamente con el resto de la codificación.

Al aplicar el operador de mutación a un individuo $\vec{a} = (\theta, \vec{x}, \vec{\sigma}, \vec{\alpha})$ de la población, se obtiene un nuevo individuo $\tilde{\vec{a}} = (\tilde{\theta}, \tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{\sigma}}, \tilde{\vec{\alpha}})$, tal que

$$\tilde{\vec{\sigma}} = \left(\sigma_1 \cdot e^{z_0 + z_1}, \dots, \sigma_{n_\sigma} \cdot e^{z_0 + z_{n_\sigma}} \right) \quad (A.6)$$

donde z_0 y z_i son variables aleatorias con distribución normal de media cero y desviaciones típicas τ_0 y τ_i , respectivamente.

$$z_0 \sim N(0, \tau_0) \quad z_i \sim N(0, \tau_i)$$

La mutación de los parámetros $\vec{\alpha}$ se lleva a cabo de acuerdo a la expresión

$$\tilde{\alpha} = (\alpha_1 + z_1, \dots, \alpha_{n_\alpha} + z_{n_\alpha}) \quad (A.7)$$

donde z_i son variables aleatorias con distribución normal de media cero y desviaciones típicas β_i , aunque en general un valor de $\beta_i=0,0873$ ($\approx 5^\circ$) da resultados bastante buenos.

$$z_i \sim N(0, \beta_i)$$

La mutación del vector $\vec{x}$ se basa en la expresión

$$\tilde{x} = \vec{x} + \vec{v}_{cor} \quad (A.8)$$

donde el vector $\vec{v}_{cor}$ se obtiene a partir de la matriz $\mathbf{T}$ y del vector de variables aleatorias de distribución normal $\vec{z}$, siendo

$$\begin{aligned} \vec{v}_{cor} &= (v_{cor_1}, \dots, v_{cor_n}) = \mathbf{T} \cdot \vec{z} \\ \vec{z} &= (z_1, \dots, z_{n_\sigma}) \quad / \quad z_i \sim N(0, \sigma_i^2) \\ \mathbf{T} &= \prod_{p=1}^{n_\sigma-1} \prod_{q=p+1}^{n_\sigma} T_{pq}(\tilde{\alpha}_j) \end{aligned} \quad (A.9)$$

$$\begin{pmatrix}
 \sigma_1 & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_q & \cdots & \alpha_{n_\sigma-1} \\
 & \sigma_2 & \alpha_2 & & \vdots & & \vdots \\
 & & \ddots & \cdots & \alpha_j & & \vdots \\
 & & & \ddots & \vdots & & \vdots \\
 & & & & \ddots & & \vdots \\
 & & & & & \ddots & \alpha_{n_\alpha} \\
 & & & & & & \sigma_{n_\sigma}
 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow p \\ \\ \\ \\ \uparrow q \end{matrix} \quad (A.10)$$

siendo $j = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot n_\sigma - p) \cdot (p + 1) - 2 \cdot n_\sigma + p$ y

$$\mathbf{T}_{pq}(\tilde{\alpha}_j) = \begin{pmatrix}
 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \ddots & & & & & & & & & \vdots \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \cos \alpha_j & 0 & 0 & \cdots & \cdots & -\sin \alpha_j & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \sin \alpha_j & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cos \alpha_j & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 \vdots & & & & & & & & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{pmatrix} \quad (A.11)$$

La normal n-dimensional generada de este modo, necesaria para obtener el vector $\vec{w}$ de la ecuación 8.5, tiene como matriz de covarianzas $\mathbf{A}$

$$A = T \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{n_\sigma}^2 \end{pmatrix} \cdot T^t \quad (A.12)$$

A.1.3 Operador de recombinación

Este operador, también denominado *operador de cruce*, no es originariamente un operador característico de las estrategias de evolución, sino de otros algoritmos evolutivos tales como los algoritmos genéticos. Sin embargo, su implantación en las estrategias de evolución ha dado resultados satisfactorios.

El operador de recombinación $rec: I^\mu \rightarrow I$, se aplica con una determinada probabilidad, p_{rec} , y se inicia, seleccionando de forma aleatoria ρ ($1 \leq \rho \leq \mu$) individuos de la población P^t . La aplicación del operador de recombinación a los ρ individuos seleccionados (padres) dará como resultado uno o más individuos descendientes (hijos) que heredarán características de sus padres.

Si el número de padres que intervienen en el operador de recombinación es $\rho=2$ se denomina *reproducción bisexual* y si $\rho>2$ es *reproducción multisexual*. La recombinación de los padres se puede realizar de múltiples formas, siendo en general, función del problema que se intenta resolver. En general, los diferentes métodos empleados se pueden encuadrar en los grupos siguientes:

- *cruce uniforme*: cada parámetro de los descendientes se selecciona aleatoriamente de entre los correspondientes a sus padres.
- *cruce con media global*: los parámetros de los descendientes se obtiene de forma determinista, como la media de los parámetros homónimos de todos los padres.
- *cruce con media ponderada local*: cada parámetro de los descendientes se obtiene realizando una media ponderada de los parámetros de una pareja de padres, pudiendo ser dicha ponderación aleatoria o determinista.

A.1.4 Operador de selección

El operador de selección $sel: I^{k+\lambda} \rightarrow I^k$ se emplea para obtener la población que va a componer la siguiente generación en el proceso de evolución. Este operador se aplica sobre el conjunto de individuos de la población de la generación anterior y todos los individuos obtenidos a partir de ésta, mediante la aplicación de los operadores de mutación y recombinación vistos en los apartados 8.1.2 y 8.1.3. Los métodos de selección de las estrategias de evolución clásicas eran elitistas, siendo los individuos mejor adaptados (menor función de coste) los que permanecen para la generación siguiente. Posteriormente, surgieron métodos estocásticos que, dando una mayor probabilidad a lo mejor adaptados, no impide la supervivencia de individuos con una función de coste peor.

Para explicar ambos métodos, se va a denotar que un individuo $\vec{a}_i$ es mejor que otro $\vec{a}_j$ (menor función de coste) como:

$$\vec{a}_i \triangleleft \vec{a}_j \Leftrightarrow f(\vec{x}_i) < f(\vec{x}_j) \text{ y } \theta_i > 0 \quad (A.13)$$

Selección determinista

Sea $\tilde{P}^t$ la población de individuos obtenidos por recombinación y mutación de los individuos de la población P^t , la población P^{t+1} de la siguiente generación será igual a:

$$P^{t+1} := sel(P^t \cup \tilde{P}^t) \quad (A.14)$$

$$\vec{a}_i^{t+1} \in P^{t+1} \Leftrightarrow \forall \vec{a}_j^t \in (P^t \cup \tilde{P}^t) / \vec{a}_j^t \triangleleft \vec{a}_i^t \Rightarrow \vec{a}_j^{t+1} \in P^{t+1}$$

Además, el operador de selección se encarga de reducir en una unidad el contador del número de generaciones que le restan de vida al individuo añadido.

Selección estocástica

Existen múltiples formas de realizar un operador de selección estocástico. Una posible forma consiste en la selección aleatoria de μ conjuntos B_m^t compuestos de ξ individuos. Si se denota por $\vec{a}_m^t$ al mejor individuo del conjunto B_m^t , la población seleccionada para la generación $t+1$ será

$$P^{t+1} := \bigcup_{m=1}^{\mu} \vec{a}_m^t \quad (A.15)$$

$$\vec{a}_m^t \in B_m^t \Rightarrow \vec{a}_m^t \triangleleft \vec{a}_r^t \quad / \quad \forall \vec{a}_r^t \in B_m^t$$

Otro método de selección consiste en clasificar a los individuos $\vec{a}_i$ del conjunto $(\tilde{P}^t \cup P^t)$ mediante la asignación de un valor a la variable $v_i \in \{0, \dots, \xi\}$ obtenido como el número de individuos $\vec{b} \in B_i^t$ tales que $\vec{a}_i \triangleleft \vec{b}$, siendo B_i^t un conjunto de ξ individuos seleccionados aleatoriamente del conjunto $(\tilde{P}^t \cup P^t)$. Los μ elementos con mayor valor de la variable v_i compondrán la población seleccionada para la siguiente generación P^{t+} .

En los dos métodos estocásticos presentados, ξ es un parámetro de selección, tal que: $2 \leq \xi \leq \mu + \lambda$. Cuanto mayor es el valor de ξ el proceso será más elitista (mayor probabilidad para los de menor función de coste), reduciéndose al disminuir su valor.

A.2 Tratamiento de las restricciones

Son muchos los problemas donde el conjunto de restricciones impuestas implican la continua aparición de elementos no pertenecientes a la región de soluciones factibles, M . En este caso, se pueden plantear dos caminos o métodos diferentes a seguir para su resolución. El primero consiste en no permitir la existencia de elementos infactibles, de forma que si un al aplicar un operador aparece un individuo infactible, éste es eliminado de la población. El segundo método consiste en aceptarlo como parte de la población penalizando su coste, para que se considere como malo, pero sin despreciarlo de forma drástica.

Para poder plantear el segundo caso, tiene que ser posible evaluar con la función de coste a los individuos infactibles. En el caso de penalización del coste de los individuos infactibles, se añadirá al coste un término proporcional a la función de la restricción que incumple, de forma que penalice más a los que más la incumplen. Dada la función f , se empleará para evaluar a todos los individuos la función, f^*

$$f^*(\vec{x}) = f(\vec{x}) - \sum_{\forall j/g_j(\vec{x}) < 0} g_j(\vec{x}) \quad (A.16)$$

A.3 Generación de la población inicial

En los programas de evolución, es conveniente que la población inicial sea muy variada, de forma que, entre todos los individuos de la población se contenga una parte importante de la información de la solución óptima o de aquellos caminos que pueden llevar a ella. Por tanto, no es conveniente hacer una generación inicial muy selectiva que pueda hacer caer a la población en un óptimo local. Lo mejor, es hacer una generación lo más aleatoria posible. En el caso de que no se acepten como miembros de la población a los individuos que no cumplen las restricciones, estos no se deben incluir, tampoco, en la población inicial.

A.4 Condición de terminación

Las estrategias de evolución se caracterizan por tener una codificación paramétrica, por lo que en general, la evolución es bastante continua, a diferencia de los algoritmos genéticos que es más escalonada (discretos). Cuanto más cerca se está de la solución óptima, en general la población es más uniforme, y las variaciones son más pequeñas, por lo que un criterio adecuado de parada es cuando hay un determinado número de generaciones sin producirse ningún cambio y todos los individuos de la población son iguales.

Apéndice B

Criterios técnicos y económicos

Para el diseño de una red de distribución es necesario considerar los diferentes elementos que componen dicha red, para lo cual no llega con obtener el trazado más idóneo de las líneas, puesto que, elementos como las protecciones que se van a instalar, los tipos de centros de transformación posibles y las diferentes subestaciones desde las que se va a realizar el suministro a dicha red, van a determinar que una red sea o no óptima.

Otro punto importante en el diseño de las redes de distribución se refiere a la forma de evaluar la red, en términos económicos. Esta evaluación no implica considerar únicamente los costes de inversión necesarios para su realización, puesto que otros términos como los debidos a las pérdidas sufridas por la red a lo largo de los años, los efectos de las faltas en los ingresos no percibidos, así como las posibles indemnizaciones a los clientes que los sufren, también pueden ser considerados. Dentro de los criterios económicos, existen otros conceptos como los relacionados con el mantenimiento de la red, los gastos debidos al personal encargado de la supervisión de la red, etc. que están íntimamente relacionados con la propia estructura de la red, pero que no se van a considerar al planificarla.

Otro concepto que se debe tener en cuenta es la previsión de la carga, puesto que una red no se diseña para funcionar en condiciones óptimas en el momento que se instala, ya que podría quedar inservible al poco tiempo si se produce un incremento de la carga en dicha zona. Por otro lado, una inadecuada consideración de los coeficientes de simultaneidad de las cargas podría llevar al diseño de redes sobredimensionadas. En consecuencia, los parámetros que intervienen en el diseño y cálculo de una red son muchos más que el coste y la distancia de la propia red en un determinado instante.

B.1 Centros de transformación

Los centros de transformación empleados se van a dividir en tres grupos en función de su disposición física:

Tabla B.1 Potencias de transformadores en función del tipo de instalación

centro de transformación	Potencia Instalada (kVA)
Sobre poste de hormigón	25 - 50 - 100 - 160
Pie de poste	250
Caseta	250 - 400 - 630 - 1.000

Los centros de transformación sobre poste de hormigón y a pie de poste, únicamente se emplearán cuando las redes de distribución de media tensión desde las que se alimentan son aéreas, pudiendo instalarse en este caso centros de transformación en caseta, si la potencia requerida así lo exige. Cuando las redes de media tensión son subterráneas, los centros de transformación que se instalarán serán siempre en caseta o en locales equivalentes.

B.1.1 Centros de transformación aéreos

Están compuestos por un apoyo de hormigón sobre el que se sitúa el transformador con su correspondiente apartamento de media y baja tensión. La alimentación en media tensión será mediante líneas aéreas, empleándose tensiones entre 10 y 20 kV.

El nivel de aislamiento exigido al material será de 24 kV eficaces, soportará 125 kV cresta como tensión de impulsos tipo rayo y de 50 kV eficaces de tensión de corta duración a frecuencia industrial. Para la instalación de baja tensión del centro de transformación, el nivel de aislamiento exigido es de 10 kV eficaces en ensayo de corta duración (1 minuto) a frecuencia industrial y de 20 kV a impulso tipo rayo.

Los centros de transformación aéreos tendrán, como dispositivo de maniobra en media tensión, seccionadores unipolares que normalmente se situarán en el apoyo anterior. Los sistemas de protección estarán compuestos por un pararrayos autoválvula como dispositivo de protección contra sobretensiones, un cortacircuitos fusibles de expulsión como dispositivo de protección contra sobreintensidades que podrá ser específico del centro de transformación o

común para todos los centros de transformación que forman un racimo¹ y la correspondiente puesta a tierra para limitar las tensiones de defecto a tierra que se puedan originar en la propia instalación.

La protección del transformador, contra los fallos que se puedan producir en los circuitos de baja tensión se realizará mediante un interruptor provisto de un relé de imagen térmica, que siga fielmente la curva de calentamiento del transformador. Dicha protección se situará en el mismo poste del transformador, junto con el cuadro de medida.

B.1.2 Centros de transformación a pie de poste

Están compuestos por un apoyo de hormigón al que llega la línea de media tensión y una caseta en la que se ubica el transformador y las protecciones de baja tensión. En el poste, se realiza el paso de aéreo a subterráneo de la línea de media, para realizar la conexión con el transformador mediante cable subterráneo.

Los nivel de aislamiento exigidos al material serán los mismos que se exigen a los centros de transformación aéreos, tanto para los equipos de media como de baja tensión.

Los dispositivos de maniobra en media tensión serán seccionadores unipolares que se podrán situar en el propio apoyo o en el anterior. Los sistemas de protección estarán compuestos por un pararrayos autoválvula como dispositivo de protección contra sobretensiones situado en el apoyo donde se realiza el paso de aéreo a subterráneo, un cortacircuitos fusibles de expulsión como dispositivo de protección contra sobreintensidades que podrá ser específico del centro de transformación o común para todos los centros de transformación que forman un racimo¹ y la correspondiente puesta a tierra para limitar las tensiones de defecto a tierra que se puedan originar en la propia instalación.

La protección del transformador, contra los fallos que se puedan producir en los circuitos de baja tensión, se realizará mediante un interruptor provisto de un relé de imagen térmica, que siga fielmente la curva de calentamiento del transformador, situándose junto con el cuadro de medida, dentro de la caseta del transformador.

¹ siempre que el número de transformadores sea menor de 8, la suma de potencias sea inferior a 800 kVA y ninguno de los transformadores esté situado a más de 4 km.

B.1.3 Centros de transformación en caseta o edificación

Se componen de una caseta o local en el cual se ubicarán el transformador y la aparamenta de media y baja tensión. La caseta podrá ser prefabricada o de obra y se podrá situar a nivel del terreno o subterránea. La línea de alimentación de un centro de transformación en caseta será siempre subterránea y, por tanto, si la línea es aérea se realizará el paso aéreo a subterráneo en un poste contiguo a la caseta. En este caso, se dispondrá sobre el poste un juego de seccionadores unipolares de exterior y un juego de pararrayos autoválvulas (guías UNESA¹).

En el lado de media tensión se dispondrá de *celdas de línea* para realizar las operaciones de maniobra de conexión, compuestas de un interruptor seccionador en carga y seccionador de puesta a tierra y *celdas de protección* cuyas funciones son de maniobra y protección del transformador, compuestas de un interruptor seccionador con fusibles de alto poder de corte para protección contra cortocircuitos y bobina de disparo para protección de sobrecarga con conexión a un termómetro de contactos situado en el transformador. En el lado de baja se dispondrá de uno o varios cuadros de distribución, cuya función es distribuir el circuito procedente del transformador en los diferentes circuitos de salida de la red de baja tensión, compuesto por un dispositivo de seccionamiento general y tantas ternas de fusibles como circuitos tenga a la salida. Las instalaciones de tierra de servicio y protección podrán ser independientes o una única (documento UNESA²). Será preciso cumplir las normas vigentes en lo que se refieren a medidas de seguridad, alumbrado, recogida de aceites, etc.

Cuando el centro de transformación forma parte de una red urbana, el número de celdas de entrada será de dos, para formar el lazo o anillo característico de las arquitecturas de las redes de distribución urbanas. En el caso de pertenecer a una red rural, dispondrá únicamente de una celda de entrada.

B.1.4 Los transformadores

Para los distintos centros de transformación vistos en los apartados anteriores, los transformadores empleados son en general transformadores en baño de aceite. Los transformadores empleados para todos los cálculos son de relación

¹ Guía de Aplicación de Pararrayos Autoválvulas UNESA.

² Métodos de Cálculo y Proyecto de Instalaciones de Puesta a Tierra para CT conectados a Redes de Tercera Categoría.

de transformación 20kV/380V y su características eléctricas en función de su potencia nominal son:

Tabla B.2 Pérdidas en los transformadores de los centros de transformación

Potencia del transformador (kVA)	Pérdidas en el hierro (kW)	Pérdidas en el cobre (kW)
25	0'115	0'70
50	0'190	1'10
100	0'320	1'75
160	0'460	2'35
250	0'650	3'25
400	0'930	4'60
630	1'300	6'50
1000	1'700	10'50

B.2 Redes de baja tensión

El Reglamento Electrotécnico para Baja Tensión recoge las normas básicas que tiene que cumplir toda red de distribución de baja tensión en las instrucciones complementarias¹. Las diferencias fundamentales entre diferentes redes de distribución de baja tensión se encuentran entre las aéreas y las subterráneas.

B.2.1 Líneas aéreas de baja tensión

Dentro de las líneas aéreas se pueden diferenciar dos tipos de tendido, en función de que sea tensada (mediante postes) o posada. La diferencia fundamental entre las líneas posadas y las tensadas se refiere a que las primeras están sometidas a un esfuerzo mecánico y su instalación requiere la colocación de apoyos con unas determinadas distancias entre ellas. En el caso de las redes posadas, el único esfuerzo mecánico al que están sometidas es el de su propio peso, e incluso en los cruzamientos (de distancias inferiores a 20 metros) se dispondrá de los correspondientes amarres y cable fiador (excepto en el caso de que sea neutro portante) para evitar los esfuerzos. En ambos casos, los conductores empleados serán trenzados del tipo RZ-0'6/1 kV, de secciones comprendidas entre 25 y 150 mm². En general, las líneas serán trifásicas con

¹ Instrucciones comprendidas entre la MI BT 002 y la MI BT 008

neutro, y en los tramos finales podrán ser monofásicas, en cuyo caso la sección empleada será de 25 mm². Las características¹ eléctricas fundamentales de los conductores empleados son:

Tabla B.3 Características eléctricas de los cables de baja tensión aéreos

Características	2x25	3x25+N	3x50+N	3x95+N	3x150+N
R _{20°C} (Ω/km)	1'200	1'200	0'641	0'320	0'206
R _{50°C} (Ω/km)	1'344	1'344	0'718	0'359	0'231
X (Ω/km)	0'1	0'1	0'1	0'1	0'1
I _{máx-40°C} (A)	100	100	150	230	305

B.2.2 Cables subterráneos de baja tensión

Los conductores que se emplearán serán de aluminio unipolares del tipo RV y de tensión nominal U₀/U=0'6/1 kV. Las secciones empleadas estarán comprendidas entre 25 y 240 mm². Las características² eléctricas fundamentales de los conductores empleados son:

Tabla B.4 Características eléctricas de los cables de baja tensión subterráneos

Características	1x25	1x50	1x95	1x150	1x240
R _{20°C} (Ω/km)	1'200	0'641	0'320	0'206	0,125
I _{máx-25°C-enterr} (A)	125	180	260	330	430
I _{máx-cc; 0'5sg} (kA)	3'30	6'60	12'54	19'80	31'68
X (Ω/km)	0'112	0'107	0,100	0'098	0'094
I _{máx-40°C} (A)	125	180	260	330	430

El tendido de los cables subterráneos de las redes de baja tensión se puede realizar de las formas siguientes:

- Directamente enterrado en una zanja
- Entubado en una zanja
- Alojado en una galería

¹ según normas UNE 21.124 y UNE 21.030

² según norma UNE 21.022

En una misma zanja o galería, se podrá instalar más de una línea, siempre que se guarden las distancias de seguridad indicadas en el Reglamento Electrotécnico para Baja Tensión. El tendido se realizará bajo las aceras, siempre que sea posible, y los cruces de las calzadas serán perpendiculares a éstas y en línea recta.

El régimen de neutro empleado en las redes de distribución, tanto aéreas como subterráneas, será según el esquema TT, según se especifica en el Reglamento Electrotécnico para Baja Tensión, lo que implica que el neutro se debe conectar a tierra en diversos puntos para conseguir valores de resistencia menores a los exigidos.

Las acometidas en baja tensión se realizarán en base al Reglamento sobre acometidas eléctricas¹.

B.3 Redes de media tensión

Las redes de media tensión pueden ser, al igual que las de baja tensión, aéreas y subterráneas, siendo las aéreas siempre tensadas. Dado que la distribución en media tensión se realiza generalmente con neutro aislado, las redes estarán compuestas siempre por ternas de conductores.

B.3.1 Líneas aéreas de media tensión

Los conductores generalmente empleado son de aluminio-acero, sin cubierta de aislamiento, del tipo LA (denominación UNE), para tensiones nominales de hasta 20 kV, cuyas características² principales son:

Tabla B.5 Características eléctricas de los cables de media tensión aéreos

Características	LA-56	LA-110
$R_{20^{\circ}\text{C}}$ (Ω/km)	0'614	0'307
X (Ω/km)	0'400	0'370
$I_{m\acute{a}x-40^{\circ}\text{C}}$ (A)	202	313

¹ Real Decreto 2949/1982, O.M. de 23-12-98 y R.D. de 26-12-97

² Según norma UNE 21.018

Los valores de reactancias por unidad de longitud, son valores medios obtenidos a partir de los valores de las diferentes disposiciones geométricas habituales.

Los apoyos, serán de hormigón armado o de estructura metálica, realizándose el aislamiento mediante cadenas de aisladores, que podrán ser de suspensión, suspensión-cruce y de amarre. Dichos apoyos se conectarán a tierra teniendo en cuenta las especificaciones del Reglamento de Líneas Eléctricas Aéreas de Alta Tensión.

Las protecciones de las líneas de media tensión aéreas contra sobretensiones, sobrecargas y cortocircuitos serán las especificadas como protecciones para los centros de transformación.

B.3.2 Cables subterráneos de media tensión

Los conductores generalmente empleado son de aluminio con aislamiento de etileno propileno o polietileno reticulado y apantallados, de los tipos RHV y DHV (denominación UNE), para tensiones nominales de hasta 20 kV y, cuyas características principales son:

Tabla B.6 Características eléctricas de los cables de media tensión subterráneos

Características	95 mm ²	150 mm ²	240 mm ²	400 mm ²
$R_{20^{\circ}\text{C}}$ (Ω/km)	0'320	0'206	0'125	0'0776
X (Ω/km)	0'119	0'110	0'104	0'097
C ($\mu\text{F}/\text{km}$)	0'235	0'257	0'310	0'360
$I_{m\acute{o}d-25^{\circ}\text{C}-enterr}$ (A)	250	315	415	530

El tendido de los cables subterráneos de las redes de baja tensión se puede realizar de las formas siguientes:

- Directamente enterrado en una zanja
- Entubado en una zanja
- Alojado en una galería

En una misma zanja o galería, se podrá instalar más de una línea, siempre que se guarden las distancias de seguridad indicadas en el Reglamento Electrotécnico para Alta Tensión. El tendido se realizará bajo las aceras, siempre que sea posible, y los cruces de las calzadas serán perpendiculares a éstas y en línea recta.

Será preciso conectar a tierra las pantallas de los conductores como mínimo en los extremos y en los empalmes, para reducir la resistencia global a tierra.

B.4 Subestaciones

Las subestaciones de transformación situadas en zonas poco pobladas, en zonas industriales o en la periferia de las ciudades, generalmente se construyen a la intemperie, mientras que si está en el interior de la ciudad, son de tipo blindado. Aunque las subestaciones blindadas son mucho más seguras que las de intemperie y, requieren una superficie mucho menor para su instalación, tienen el inconveniente de que su coste es muy superior.

En general, las subestaciones son alimentadas desde la red de transporte y las tensiones más empleadas en el lado de alta tensión son: 132, 220 y 400 kV, aunque se pueden encontrar subestaciones alimentadas a tensiones inferiores, como por ejemplo a 45 y 66 kV.

Únicamente se van a comentar las subestaciones instaladas en las ciudades, tanto en el interior como en la periferia, por lo que no se van a comentar las características de las subestaciones rurales.

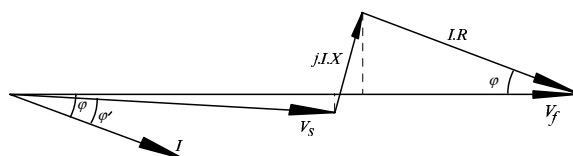
Como esquema general de una subestación urbana se va emplear un sistema que del lado de alta va a estar compuesto por: doble juego de barras, dos o tres posiciones de línea, dos o tres posiciones de transformador, acoplamiento transversal de barras y, en caso de existir un tercer transformador, acoplamiento transversal de barras, con medida de tensión en ambas barras, y a ambos lados del seccionamiento longitudinal, si existe. En la parte de media tensión será: de doble barra, con dos o tres posiciones de transformador, dos o tres líneas de doble barra y cuatro o seis de barra simple por transformador de 25 o 50 MVA, respectivamente, acoplamiento transversal, y longitudinal si existen tres transformadores, posición de doble salida de servicios auxiliares, y medida de tensión en las dos barras, y a ambos lados del acoplamiento longitudinal, si existe.

B.5 Las caídas de tensión

Una de las principales restricciones a tener en cuenta en el diseño de los sistemas eléctricos de distribución es la caída máxima de tensión, no pudiendo violarse si se quiere un correcto funcionamiento de los equipos conectados en la red por los clientes.

Sea una línea de impedancia Z y, por tanto resistencia R e inductancia X . Para el cálculo de la caída de tensión se puede hacer la consideración^[35] de que la diferencia de fases entre las tensiones de salida y llegada son casi iguales (ángulo de pocos grados). En este caso, la caída de tensión se puede considerar que es igual a:

$$\Delta V = |V_f| - |V_s| \approx I \cdot R \cdot \cos \varphi + I \cdot X \cdot \sin \varphi \quad (B.1)$$



En los sistemas trifásicos, si se considera la tensión de línea, la expresión aproximada resultante es:

$$\Delta V \approx \sqrt{3} \cdot I \cdot (R \cdot \cos \varphi + X \cdot \sin \varphi) = \frac{P}{V} \cdot (R + X \cdot \tan \varphi) \quad (B.2)$$

B.6 Criterios económicos

La evaluación del coste de una red de distribución va a incluir los costes tanto de la red como de los elementos anexos a ésta, tales como protecciones, centros de transformación, etc. El coste incluirá además de los costes de inversión, otros términos que se van produciendo a lo largo del tiempo, como por ejemplo las pérdidas, los fallos en la red, etc. Para poder evaluar conjuntamente todos los términos, es preciso actualizar los costes a un determinado periodo de tiempo, así como dividirlos en los correspondientes periodos. No es razonable considerar que al realizar una línea en un determinado año, la inversión se

produce únicamente ese año, y sin embargo las pérdidas a lo largo de toda la vida de dicha línea.

B.6.1 Valor actual

Se llama valor actual (VA) el capital requerido en un año base (por ejemplo el actual) tal que invertido a un tipo de interés anual i (p.u.) se transforma en el capital requerido (*cash flow*) en el año n transcurridos los n años. Sea C_n el capital del año n , su valor actual es igual a

$$VA = \frac{C_n}{(1+i)^n} \quad (B.3)$$

Si se considera un periodo de n años, durante los cuales se produce un flujo de caja de valor C_t en el correspondiente año t , el valor actual correspondiente a los n años es igual a

$$VA = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t} \quad (B.4)$$

En muchos casos el valor del flujo de caja C_t de cada año del periodo, se puede obtener a partir del flujo del primer año (valor contante, crecimiento lineal, cuadrático, etc.).

Si el valor del flujo de caja durante los n años es contante, C , el resultado del sumatorio de la ecuación 9.4 es igual a

$$VA = \frac{C}{(1+i)} \cdot \left(\frac{1-\gamma^n}{1-\gamma} \right) \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{1}{(1+i)} \quad (B.5)$$

Si la relación entre el flujo de caja de los distintos años del periodo es lineal, con un crecimiento r (p.u.), y tomando como valor el primer año C_1 su valor es

$$VA = \frac{C_1}{(1+i)} \cdot \left(\frac{1-\gamma^n}{1-\gamma} \right) \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{(1+r)}{(1+i)} \quad (B.6)$$

Por ultimo, si el crecimiento es cuadrático $(1+c)^2$, tal que c (p.u.) es constante, el valor actual será

$$VA = \frac{C_1}{(1+i)} \cdot \left(\frac{1-\gamma^n}{1-\gamma} \right) \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{(1+c)^2}{(1+i)} \quad (B.7)$$

Se define como *valor actual neto (VAN)* a la diferencia existente entre los valores actuales positivos (ingresos) y los negativos (gastos).

Otro término a tener en cuenta en la evaluación de los costes es la inflación. Si se considera un valor f (p.u.) el valor actual de un flujo de caja correspondiente a un año t se verá afectado por un término $(1+f)^t$.

$$VA = \frac{C_t \cdot (1+f)^t}{(1+i)^t} = \frac{C_t}{\left(\frac{1+i}{1+f} \right)^t} = \frac{C_t}{1 + \left(\frac{i-f}{1+f} \right)^t} \quad (B.8)$$

Si se comparan las ecuaciones 9.8 y 9.3 se puede ver que coinciden si se considera como el interés descontada la inflación i' al término

$$i' = \left(\frac{i-f}{1+f} \right) \quad (B.9)$$

B.6.2 Evaluación del coste de las pérdidas

Se denomina *curva de carga* a la curva de variaciones de la carga que se genera, se consume o circula por un elemento de la red a lo largo del tiempo. En general, la forma de esta curva no es una recta, sino que está formada por puntas y valles en horas de máximos y mínimos consumos respectivamente, con zonas de transición. Esto implica que las pérdidas en la instalación varían en el tiempo, siendo necesario definir varios conceptos que permitan caracterizar un

valor a emplear a la hora de planificar la red, no realizando el cálculo para los diferentes valores de potencia y diferentes instantes de tiempo.

Se define como *factor de carga* (F_c) a la relación entre la potencia media de la curva de carga y la potencia punta (máxima).

$$F_c = \frac{P}{P_m} \quad (B.10)$$

El *factor de pérdidas* (F_p) se define como la relación entre las pérdidas medias de potencia y las pérdidas de potencia cuando la potencia de la carga es punta.

La relación entre ambos factores depende de la curva de carga, pero del estudio de diferentes curvas, se proponen múltiples ecuaciones que en general reflejan el comportamiento más habitual. Se puede demostrar que el valor del factor de pérdidas está comprendido en el intervalo

$$F_c^2 < F_p < F_c \quad (B.11)$$

Las relaciones propuestas por Salis^[76] y empleadas en este trabajo, en función del tipo de carga son:

$$F_p = \begin{cases} 0'3.F_c + 0'7.F_c^2 & \text{si la carga es urbana} \\ 0'16.F_c + 0'84.F_c^2 & \text{si la carga es rural} \end{cases} \quad (B.12)$$

Por tanto, las pérdidas anuales se pueden obtener como las pérdidas producidas por la potencia punta afectada por el factor de pérdidas. También se puede calcular el número de horas al año (h_p) que son necesarias para que con la potencia punta se tengan las mismas pérdidas que todo el año con la potencia media

$$h_p = 8760.F_p \quad (B.13)$$

Esta formula se empleará tanto para el cálculo de las pérdidas en las líneas como las pérdidas en el cobre de los transformadores; sin embargo, las pérdidas en el hierro de los transformadores, se calcularán considerando las 8.760 horas,

puesto que su valor no depende de la potencia transformada sino de las horas de funcionamiento, que en general se puede considerar que son del 100%.

Los valores empleados para obtener los ejemplos de los apartados 9.6.3 y 9.6.4 son

Tabla B.7 Variables económicas empleadas en los cálculos

cp (Pts/kW)	a (años)	r (%)	i (%)	F_c
7	25	1	5	0,25

B.6.3 Evaluación del coste de las líneas

El coste de una línea se puede considerar que está compuesto por los siguientes términos

- Coste de inversión
- Coste de las pérdidas de energía
- Coste de mantenimiento

Si se consideran los valores actualizados de los costes al año inicial del periodo en estudio y, se toma como periodo de estudio el mismo que la vida de la línea, el valor actualizado del *coste de inversión* se puede considerar que es igual al coste real de realizar la instalación de esa línea (C_{inv}).

Para calcular los restantes costes que se van produciendo a lo largo de todo el período, es preciso actualizarlos todos al año cero para poder sumarlos con los costes de inversión.

Las pérdidas totales de energía durante un año en una línea, considerando que la carga permanece constante a lo largo de todo el año, serán iguales a

$$E_{perd} = h_p \cdot 3 \cdot R \cdot I^2 \cdot L \quad (B.14)$$

siendo

E_{perd} las pérdidas anuales (kW.h)
 R la resistencia del conductor (Ω/km)

I	la intensidad (A)
U	la tensión nominal compuesta de la línea (V)
L	la longitud de la línea (km)

Si la carga varía a lo largo del tiempo a razón de r (p.u.), se pueden calcular las pérdidas de energía E_{perd}^t durante un año t , considerando que en el año de referencia la intensidad es I_0 , y haciendo la simplificación de que durante el intervalo de cada año la carga permanece constante, como

$$E_{perd}^t = (1+r)^{2 \cdot (t-1)} \cdot h_p \cdot 3 \cdot R \cdot I_0^2 \cdot L \quad (B.15)$$

El valor actual de las pérdidas en el año t , cuando el tipo de interés descontada la inflación es i (p.u.), considerando un coste de las pérdidas c_p ($Pts/kW.h$) es

$$C_{perd}^t = 10^{-6} \cdot \frac{E_{perd}^t \cdot c_p}{(1+i)^t} \quad (B.16)$$

y, si se considera un período completo, se tiene que el valor actual del *coste de las pérdidas* por unidad de longitud ($MPts/km$) durante los a años son

$$C_{perd} = 10^{-6} \cdot \sum_{t=1}^a \frac{E_{perd}^t \cdot c_p}{(1+i)^t} = 10^{-6} \cdot h_p \cdot 3 \cdot R \cdot I_0^2 \cdot L \cdot \frac{\left(\frac{(1+r)^2}{1+i} \right)^a - 1}{(1+r)^2 - (1+i)} \quad (B.17)$$

Los *costes de mantenimiento* se van a considerar proporcionales a la longitud de la línea y función del tipo de conductor y tendido (aérea posada, aérea tensada o subterránea). Pero además, se puede considerar que el número de operaciones de mantenimiento al año es constante a lo largo del tiempo, o que cada vez es necesario realizar más, debido a la antigüedad de la línea. En función del crecimiento de las operaciones de mantenimiento, se emplearán para el cálculo del coste las ecuaciones 9.5, 9.6 ó 9.7.

Por lo tanto, el coste total de una línea es igual a

$$C_{total} = C_{inv} + C_{perd} + C_{mant} \quad (B.18)$$

Si se representan las curvas de los costes por unidad de longitud en función de la intensidad, se obtienen unos puntos de cruce entre dichas curvas (ver figuras B.1 a B.3). A dichos puntos se les denomina *límite económico*, y corresponden al punto para el cual un conductor deja de ser el más rentable, para una intensidad superior, pasando a serlo el siguiente de mayor sección. Se puede observar que en el caso de las líneas de media tensión (figuras B.4 y B.5) el límite económico coincide con el límite térmico (no se cruzan las curvas).

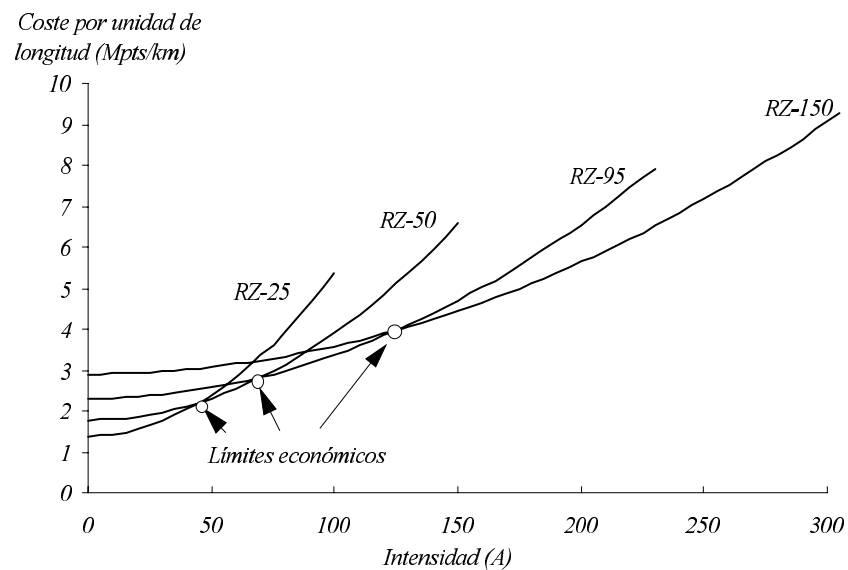


Figura B.1 Curvas de costes de las líneas de baja tensión aéreas posadas

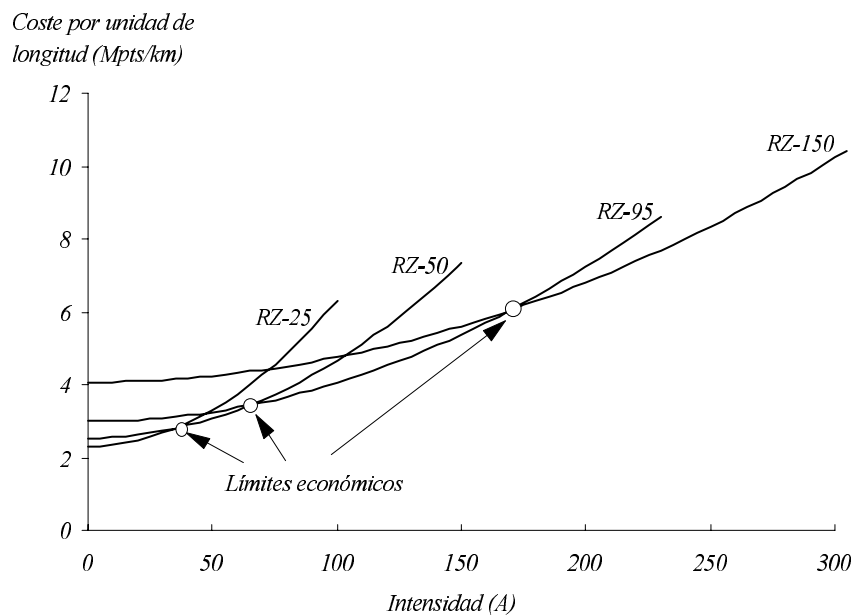


Figura B.2 Curvas de costes de las líneas de baja tensión aéreas tensadas

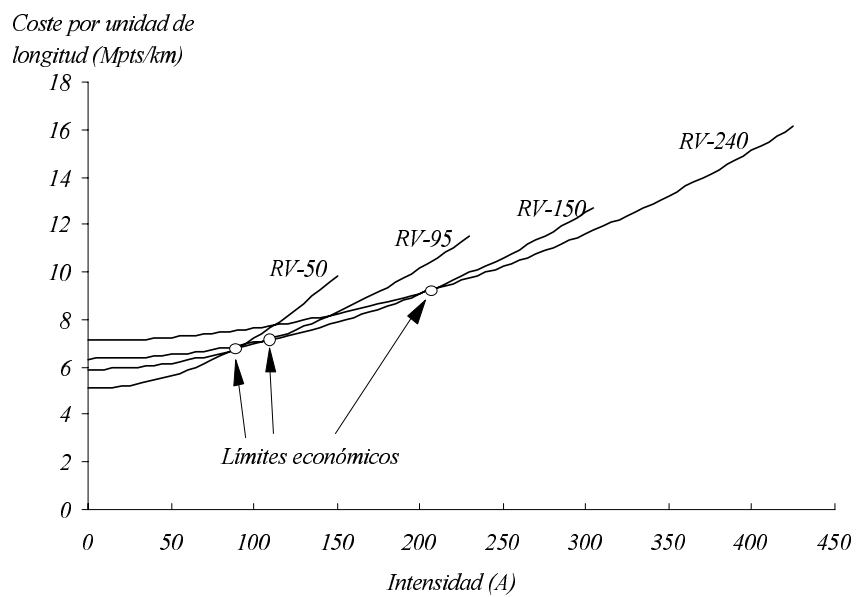


Figura B.3 Curvas de costes de los cables de baja tensión subterráneos

Coste por unidad de
longitud (MPts/km)

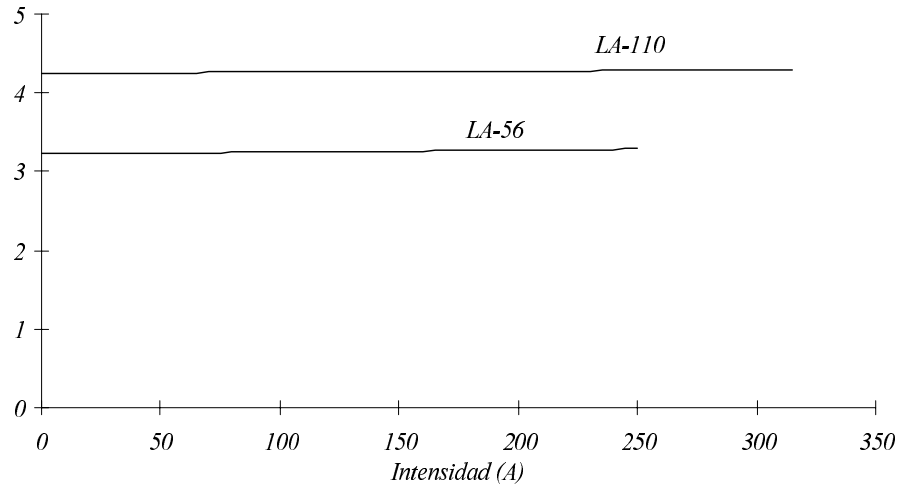


Figura B.4 Curvas de costes de las líneas de media tensión aéreas

Coste por unidad de
longitud (MPts/km)

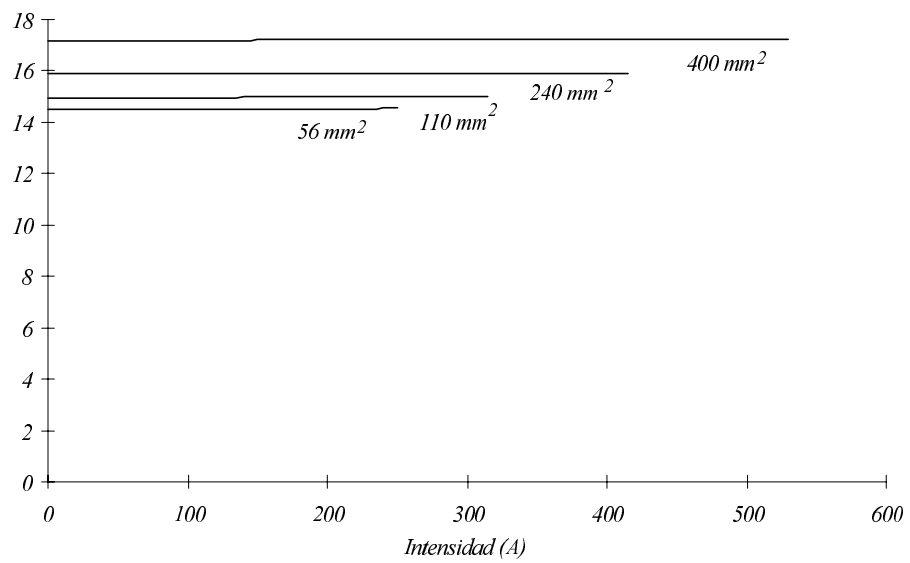


Figura B.5 Curvas de costes de los cables de media tensión subterráneos
(con zanja)

Lo primero que se puede observar comparando las figuras mencionadas, es que al variar los costes de inversión manteniéndose los costes de pérdidas, los límites económicos para cada uno de los tipos de conductor varían. Así por ejemplo, el límite económico del conductor RZ-95 posado es de 126 A, mientras que si el conductor es tensado, el valor es de 168 A. En el caso del conductor subterráneo RV-95, cuyas características eléctricas son similares al anterior, el límite económico está en 107 A.

En conclusión, se puede decir que el límite económico de un conductor no es una característica propia de éste, puesto que depende de parámetros externos, principalmente económicos (costes, intereses, etc.).

B.6.4 Evaluación del coste de los centros de transformación y subestaciones transformadoras

El coste de los centros de transformación y subestaciones está compuesto por los siguientes términos

- Coste de inversión
- Coste de las pérdidas
- Coste de mantenimiento

El valor actualizado del coste de inversión se puede considerar que es igual al coste real de realizar la instalación del centro de transformación (o de una subestación) en el año cero (C_{in}). Para calcular los restantes costes que se van produciendo a lo largo de todo el periodo, es preciso actualizarlos todos al año cero para poder sumarlos con los costes de inversión.

Las pérdidas totales de energía durante un año en los transformadores (tanto de un centro de transformación como de una subestación) se compone de dos partes: *pérdidas en el hierro* y *pérdidas en el cobre*. El primer término no depende más que del factor de pérdidas en el hierro (p_{Fe}) característico del transformador, mientras que el segundo caso es función del factor de pérdidas en el cobre (p_{Cu}) y de la potencia transformada en cada instante. Por lo tanto, para el cálculo de las pérdidas en el cobre se tendrá en cuenta el tiempo equivalente, h_p , de la ecuación 9.13, y se empleará el valor de la potencia punta, P , mientras que para las pérdidas en el hierro se considerarán las 8760 horas del año.

$$E_{perd} = E_{Fe} + E_{Cu} = 8760 \cdot p_{Fe} + h_p \cdot p_{Cu} \cdot \left(\frac{P}{S_n \cdot \cos \varphi} \right)^2 \quad (B.19)$$

siendo S_n la potencia nominal del transformador (kVA).

Si la carga varía a lo largo del tiempo a razón de r (p.u.), se pueden calcular las pérdidas de energía E'_{perd} durante un año t , considerando que en el año de referencia la potencia punta es P_0 , y haciendo la simplificación de que durante el intervalo de cada año la carga permanece constante, como

$$E_{perd}^t = 8760 \cdot p_{Fe} + (1+r)^{2 \cdot (t-1)} \cdot h_p \cdot p_{Cu} \cdot \left(\frac{P_0}{S_n \cdot \cos \varphi} \right)^2 \quad (B.20)$$

El valor actual de las pérdidas en el año t , cuando el tipo de interés, descontada la inflación, es i (p.u.), considerando un coste de las pérdidas c_p (Pts/kW.h) es

$$C_{perd}^t = 10^{-6} \cdot \frac{E_{perd}^t \cdot c_p}{(1+i)^t} \quad (B.21)$$

y, si se considera un periodo completo, se tiene que el valor actual de las pérdidas totales (MPts) durante los a años son

$$C_{perd} = 10^{-6} \cdot 8760 \cdot p_{Fe} \cdot \frac{(1+i)^a - 1}{i \cdot (1+i)^a} + \\ + 10^{-6} \cdot h_p \cdot p_{Cu} \cdot \left(\frac{P_0}{S_n \cdot \cos \varphi} \right)^2 \cdot \frac{\left(\frac{(1+r)^2}{1+i} \right)^a - 1}{(1+r)^2 - (1+i)} \quad (B.22)$$

Los costes de mantenimiento se van a considerar proporcionales al tipo de centro de transformador o subestación y al tipo de instalación (intemperie, en caseta, blindada). Además, se puede considerar que el número de operaciones de mantenimiento al año es constante a lo largo del tiempo, o que cada vez es necesario realizar más, debido a la antigüedad de la instalación. En función del

crecimiento de las operaciones de mantenimiento, se emplearán para el cálculo del coste las ecuaciones 9.5, 9.6 ó 9.7.

Por lo tanto, el coste total de un centro de transformación o de una subestación es igual a

$$C_{total} = C_{inv} + C_{perd} + C_{mant} \quad (B.23)$$

Si se representan las curvas de los costes para diferentes tipos de centros de transformación (figuras B.6 a B.7) en función de la potencia punta actual, se puede observar que no existen puntos de intersección entre las curvas. Se puede decir, que el límite económico de los centros de transformación coincide con el valor de su límite de capacidad.

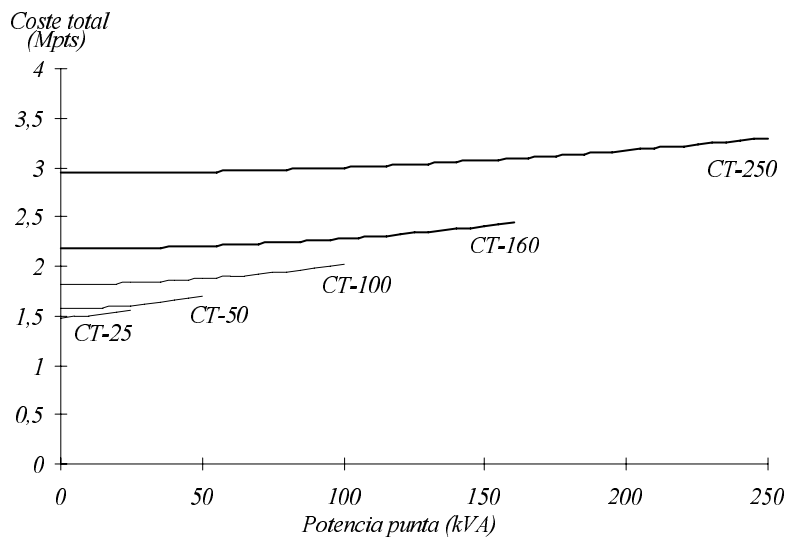


Figura B.6 Curvas de costes de centros de transformación rurales

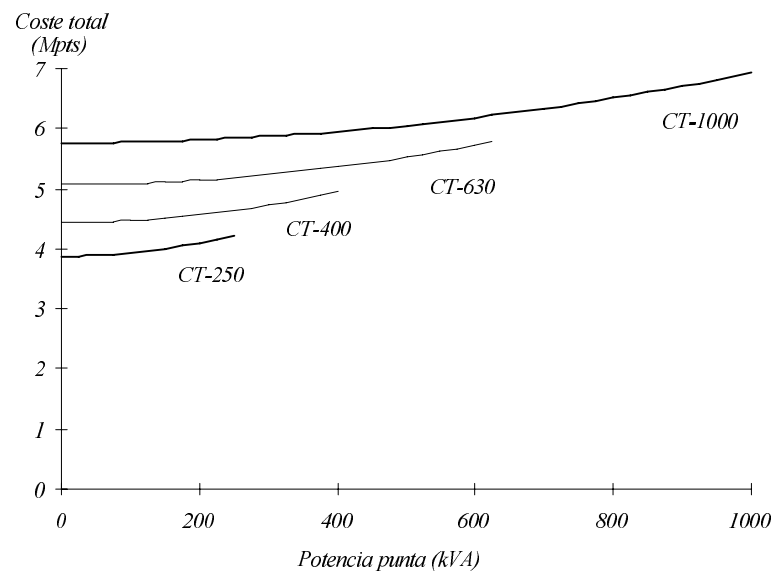


Figura B.7 Curvas de costes de centros de transformación urbanos

Apéndice C

El modelo Planer y su generalización a núcleos de gran dimensión

En el Plan Nacional de Electrificación Rural del período comprendido entre los años 1976 y 1983, las empresas del Sector Eléctrico Español y el Ministerio de Industria establecieron unos criterios para la obtención de la longitud de la red de baja tensión de núcleos de población rurales en función de su densidad.

El documento “*Programa de Instalaciones. Normas, Especificaciones y Presupuestos. Redes de baja tensión. Plan Nacional de Electrificación Rural. Junio 1974*” original sobre el que se realizaban dichos cálculos es el resumido en el apartado 2 de este apéndice.

En el apartado 3 se ha generalizado para núcleos de cualquier dimensión, considerando la posibilidad de ubicar más de un centro de transformación. Por último, en el apartado 4 se propone la forma de emplear las mismas ecuaciones para aquellos casos en que el centro de transformación no está ubicado en el propio nudo, por lo que el suministro se realiza mediante una línea de baja tensión procedente desde el exterior del núcleo.

C.1 Notación

σ	Densidad de clientes (<i>clientes/km²</i>)
a	Coefficiente de ocupación = Area (<i>m²</i>) que ocupa un cliente = $10^6/\sigma$
δ	Coefficiente de dispersión (<i>m</i>). Separación máxima entre clientes supuestos uniformemente distribuidos. $\delta = a^{1/2} = 10^3/\sigma^{1/2}$
N	Número de clientes del área analizada
N_{sal}	Número de salidas del centro de transformador

A	Area (m^2) ocupada por todos los clientes = $a \cdot N$
r	Radio medio del área analizada (m)
ΔU	Caída de tensión en voltios entre fases
R	Resistencia en Ω / km , $R = \rho / S_{mm^2}$, siendo la resistividad $\rho \cong 28,26$ $\Omega mm^2/km$
X	Reactancia en Ω / km ($X \cong 0,1 \Omega / km$)
φ	Angulo de desfase ($\cos \varphi = 0,9$)
P_l	Potencia simultánea por cliente (kW/cli)
U	Tensión compuesta $U = 380 V$
L_{BT}	Longitud total de las líneas de baja tensión
L_1	Longitud total de las líneas principales de baja tensión
L_2	Longitud total de las líneas secundarias de baja tensión
S_{mm^2}	Sección de los conductores

C.2 Modelo de densidad aplicado a una población

Se va a considerar una distribución de viviendas uniforme, ocupando cada una un cuadrado de lado δ y formando una retícula cuadriculada.

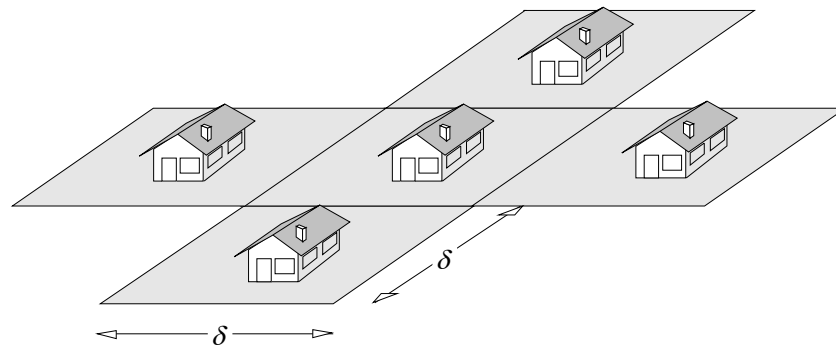


Figura C.1 Distribución uniforme de las viviendas

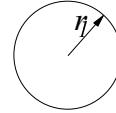
Esta formulación relaciona densidad de clientes (viviendas) y coeficiente de dispersión. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \sigma &= 100 \text{ clientes}/km^2 \rightarrow \delta = 100m \\ \sigma &= 2500 \text{ clientes}/km^2 \rightarrow \delta = 20m \end{aligned}$$

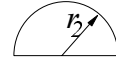
C.2.1 Longitud de las ramas principales

Para la determinación de la longitud de las ramas principales, se analizan las siguientes distribuciones de carga.

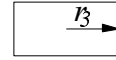
$$A = \delta^2 \cdot N = \pi \cdot r_1^2 \quad \rightarrow \quad r_1 = \delta \cdot \sqrt{\frac{N}{\pi}} = 0'56 \cdot \delta \cdot \sqrt{N}$$



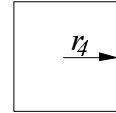
$$A = \delta^2 \cdot N = \pi \cdot \frac{r_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad r_2 = \delta \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot N}{\pi}} = 0'80 \cdot \delta \cdot \sqrt{N}$$



$$A = \delta^2 \cdot N = 2 \cdot r_3^2 \quad \rightarrow \quad r_3 = \delta \cdot \sqrt{\frac{N}{2}} = 0'71 \cdot \delta \cdot \sqrt{N}$$



$$A = \delta^2 \cdot N = 4 \cdot r_4^2 \quad \rightarrow \quad r_4 = \delta \cdot \sqrt{\frac{N}{4}} = 0'50 \cdot \delta \cdot \sqrt{N}$$



Se supondrá como distribución media, el promedio de los cuatro valores anteriores, incrementándolo en un 20%. De este modo:

$$r \cong 0'75 \cdot \delta \cdot \sqrt{N}$$

C.2.2 Número de salidas en BT

Se supone que el número de salidas en BT puede expresarse en función del número de clientes en la forma:

$$N_{sal} = \sqrt[3]{N}$$

C.2.3 Longitud de la RBT

La longitud de las líneas de BT que suministran a un área de densidad uniforme es igual al número de tramos existentes $(N-1)$ por la distancia entre viviendas δ :

$$L_{BT} = (N - 1) \cdot \delta$$

El sector, en España, utilizó para el cálculo de longitud:

$$L_1 = r \cdot \sqrt[3]{N} = 0'75 \cdot \delta \cdot N^{5/6}$$
$$L_2 = 0'6 \cdot \delta \cdot \frac{N}{2}$$

suponiendo que en las líneas secundarias se distribuyen la mitad de los clientes.

C.2.4 Restricción por caída de tensión

La fórmula utilizada para determinar la caída de tensión en una línea de baja tensión con una carga P situada a una distancia r del centro de transformación es la siguiente:

$$\Delta U = \frac{(R + X \cdot \operatorname{tg} \varphi) \cdot P \cdot r}{U}$$

Cada línea principal alimentará a $N/N^{1/3}$ clientes. Si suponemos que cada cliente consume una potencia simultánea P_l y que la carga se encuentra uniformemente repartida, entonces la potencia a utilizar en el cálculo de caída de tensión es:

$$P = \left(\frac{2}{3} \cdot P_l \cdot N^{2/3} \right)$$

La caída de tensión porcentual será:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{100 \cdot \left(\frac{\rho}{S_{mn^2}} + X \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot P_l \cdot N^{2/3} \right) \cdot r}{U^2}$$

La sección del conductor a emplear para mantener la caída de tensión dentro de los límites admisibles, será la siguiente:

$$S_{mm^2} = \frac{\rho}{\frac{\Delta U_{\%} \cdot U^2}{100 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot P_L \cdot N^{2/3} \right) r} - X \cdot \text{tg} \varphi}$$

C.2.5 Costes de la red de baja tensión

Para el coste de la red de baja tensión se supondrá que el 70% de los clientes se alimentan de las líneas principales y el 30% restante de las secundarias, en las que utilizaremos el conductor inmediatamente inferior al empleado en la línea principal.

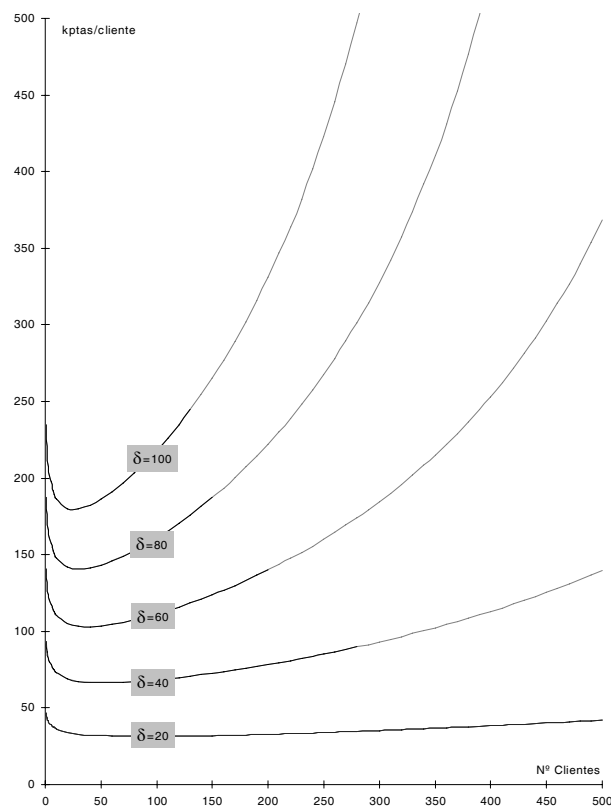


Figura C.2 Coste (kPtas) de la RBT suministrada desde un CT

C.3 Generalización a núcleos con más de un centro de transformación

Suponiendo conocida la formulación para un área uniforme, la metodología de densidad de viviendas, o mercado, es fácilmente aplicable a áreas extensas utilizando herramientas informáticas. El procedimiento consiste en dividir el área a analizar en varias subáreas, cada una alimentada por un CT. En cada una de estas subáreas podemos aplicar el criterio de un área simple y evaluar el coste del CT y de la RBT asociada. El coste total se calculará como suma de los CT's y RBT de cada una de las subáreas y de la RMT necesaria para unir todos los CT's.

El proceso se realiza para todas las subdivisiones posibles, seleccionando aquella que consiga efectuar el suministro con un menor coste total.

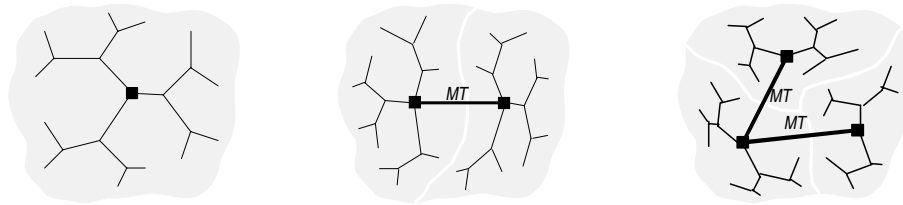


Figura C.3 Soluciones en función del número de centros de transformación

C.4 Alimentación desde un centro de transformación exterior

En el modelo geométrico desarrollado en el apartado 3, se obtiene la sección del conductor a emplear para mantener la caída de tensión dentro de los límites admisibles:

$$S_{mm^2} = \frac{\rho}{\frac{\Delta U_{\%} \cdot U^2}{100 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot P_L \cdot N^{2/3} \right) r} - X \cdot \text{tg} \varphi}$$

pero para el caso de que se quiera alimentar el núcleo de población desde un centro de transformación situado en otro lugar, la máxima caída de tensión

puede no ser inicialmente conocida, siendo preciso obtener los distintos valores de la caída de tensión para cada tipo de conductor posible.

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{100 \cdot \left(\frac{\rho}{S_{mm^2}} + X \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot P_L \cdot N^{2/3} \right) \cdot r}{U^2}$$

En función de la caída de tensión total sobre las líneas del núcleo de población para cada tipo de conductor, se tendrá un margen mayor o menor de caída de tensión para la línea que conecta el núcleo de población con el centro de transformación, lo que implicará que la distancia a la que se puede situar dicho centro de transformación será mayor o menor o la sección del conductor de unión con éste también podrá tomar diferentes valores. La solución mejor será aquella que optimice los costes totales. Por tanto, para cada núcleo de población se puede obtener una tabla de "caídas de tensión/costes", que implica el empleo de los distintos tipos de conductor y, que es suficiente para poder optimizar las redes de baja tensión exteriores a dicho núcleo.

Para el caso de alimentación del núcleo desde un centro de transformación, se va a considerar que la red y topología del núcleo es la misma que si se encuentra en el centro de él, puesto que las variaciones son pequeñas, pero implicaría cambiar un modelo que está considerado como válido.

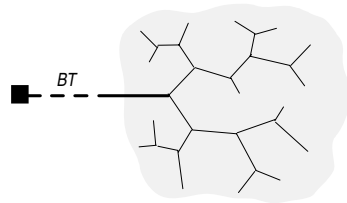


Figura C.4 Centro de transformación situado fuera del núcleo